

Calculul se efectueaza tabelar, in Ms Excel si rezulta:

$$j_{\max} := 4048.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Acceleratia maxima de ridicare pe cama}$$

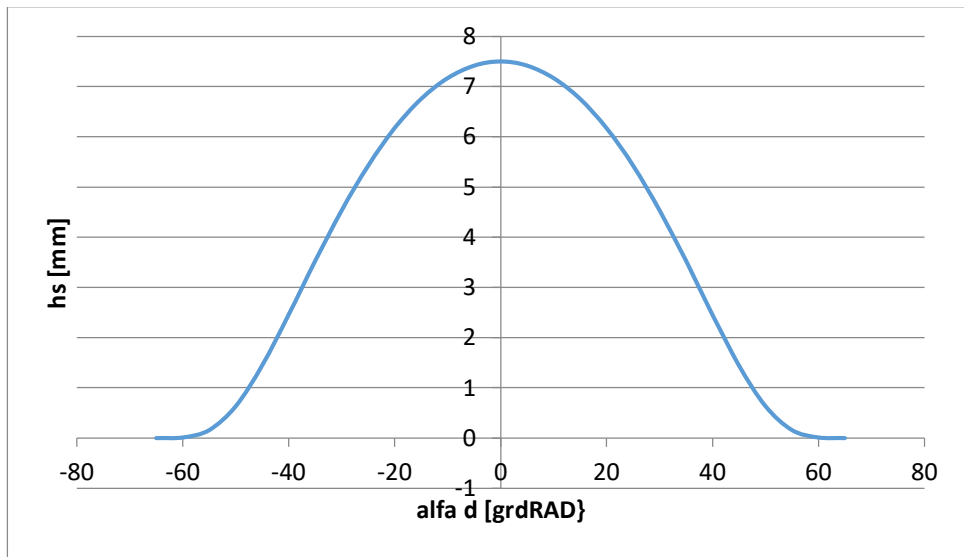
Predimensionare arc:

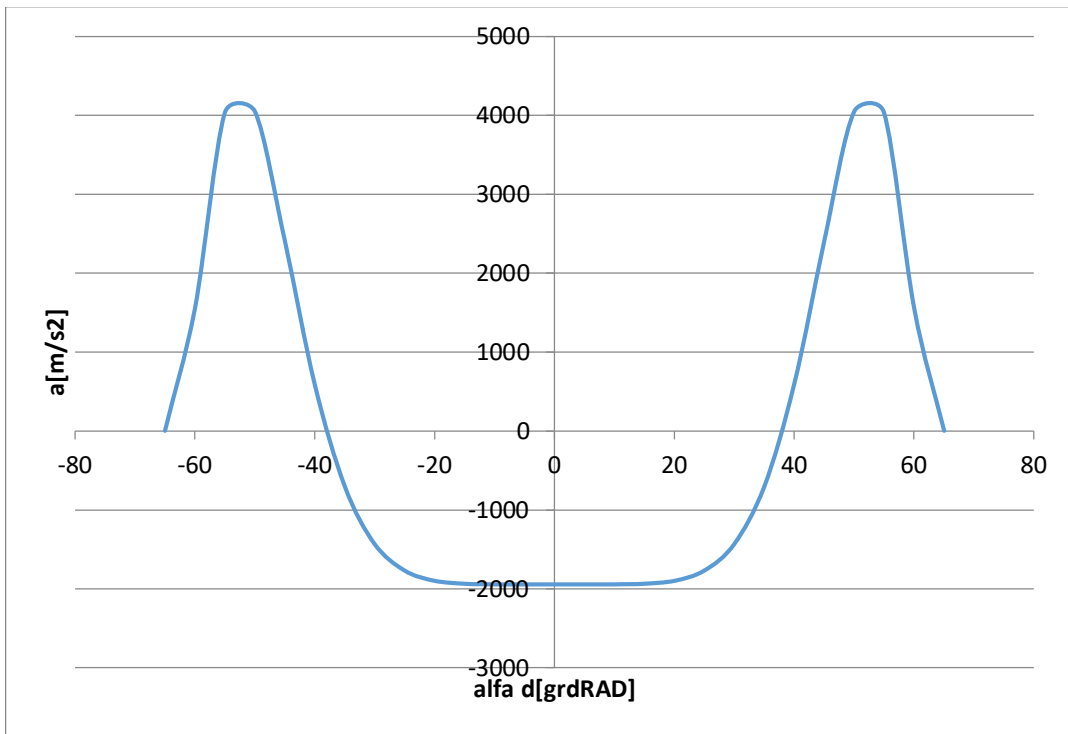
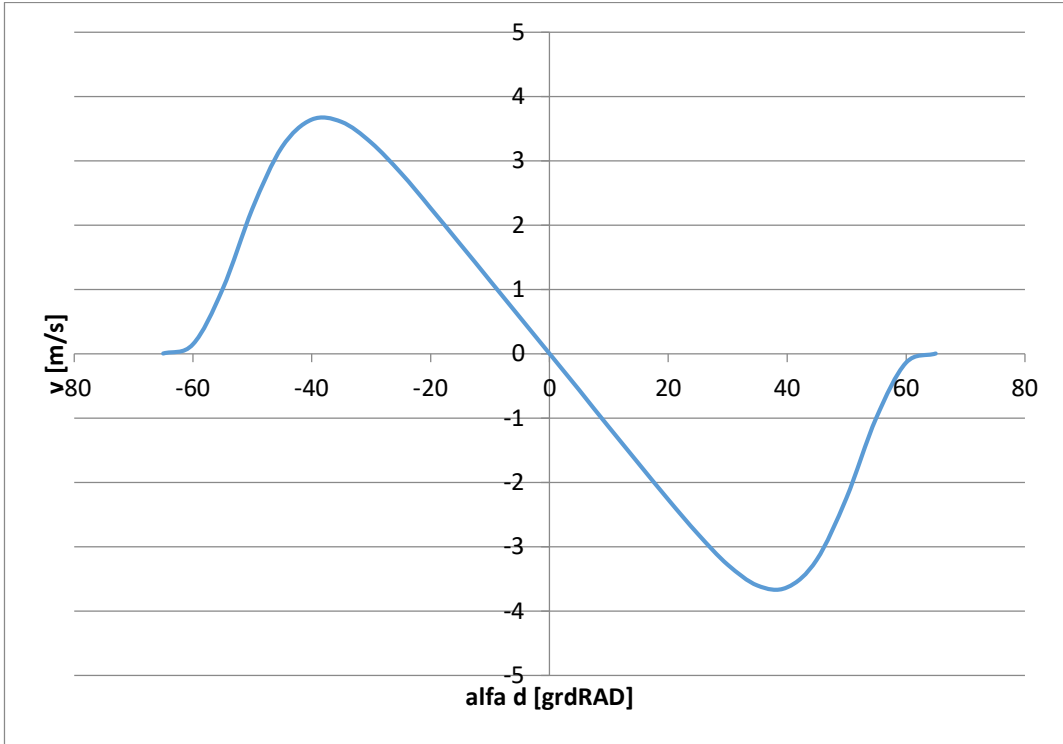
$$D_{\text{arc}} := 1.35d_{0A} = 35.06 \text{ mm}$$

$$d_{\text{spira}} := 6 \text{ mm}$$

fi	hs	ws	js	psi
-65	0	0	-7.37644E-12	-1
-60	0.00977833	0.144287	1559.754152	0.92308
-55	0.159556989	1.003631	4030.345793	0.84615
-50	0.634625279	2.245652	4048.614207	0.76923
-45	1.443881689	3.208037	2400.781749	0.69231
-40	2.45758131	3.636813	588.1497834	0.61538
-35	3.525494073	3.604684	705.1762189	0.53846
-30	4.537223943	3.280302	1431.780493	0.46154
-25	5.429308262	2.805261	1769.240551	0.38462
-20	6.171592752	2.265797	1897.768247	0.30769
-15	6.752249688	1.704098	1935.629318	0.23077
-10	7.167620741	1.136692	1943.124509	0.15385
-5	7.416904101	0.568376	1943.834878	0.07692
0	7.5	0	1943.846154	0
5	7.416904101	-0.56838	1943.834878	0.07692
10	7.167620741	-1.13669	1943.124509	0.15385

15	6.752249688	-1.7041	1935.629318	0.23077
20	6.171592752	-2.2658	1897.768247	0.30769
25	5.429308262	-2.80526	1769.240551	0.38462
30	4.537223943	-3.2803	1431.780493	0.46154
35	3.525494073	-3.60468	705.1762189	0.53846
40	2.45758131	-3.63681	588.1497834	0.61538
45	1.443881689	-3.20804	2400.781749	0.69231
50	0.634625279	-2.24565	4048.614207	0.76923
55	0.159556989	-1.00363	4030.345793	0.84615
60	0.00977833	-0.14429	1559.754152	0.92308
65	0	0	-7.37644E-12	-1





Forța de inerție maximă:

Se alege masa raportată a ansamblului supapă: $\mu_s := 0.3$

$$F_{i\max} := \left(\frac{\pi \cdot d_{0A}^2}{4} \right) \cdot \mu_s \cdot 10^{-3} \cdot j_{\max} = 643.62 \text{ N}$$

Forța maximă din arc:

$q := 1.6$ coeficient de amplificare dinamică 1.5...1.7

$F_{\max} := q \cdot F_{i\max} = 1.03 \times 10^3$ In cazul în care se utilizează culbutorul se înmulțește forța cu raportul brațelor culbutorului

$x := 0.6$ (0.4 ... 0.77)

Forța minimă:

$$F_{\min} := x \cdot F_{\max} = 617.87 \text{ N}$$

Săgeata maximă a arcului $f_{\max} := h_{s\max} \cdot \frac{F_{\max}}{F_{\max} - F_{\min}} = 19.202 \text{ mm}$

Numărul de spire active:

$G := 8 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ -modulul de elasticitate transversal

$$i_{\text{spire}} := \text{ceil} \left(\frac{G \cdot d_{\text{spira}}^4 \cdot f_{\max}}{8 \cdot F_{\max} \cdot D_{\text{arc}}^3} \right) = 6 \text{ spire active}$$

Verificarea la vibratii a arcului:

$$n_a := 2.17 \cdot 10^7 \cdot \frac{d_{\text{spira}}}{i_{\text{spire}} \cdot D_{\text{arc}}^2} = 1.765 \times 10^4 \quad \frac{\text{rot}}{\text{min}}$$

$$c' := \frac{4 \cdot D_{\text{arc}} - d_{\text{spira}}}{4 \cdot (D_{\text{arc}} - d_{\text{spira}})} = 1.155$$

$$c'' := \frac{0.615 \cdot d_{\text{spira}}}{D_{\text{arc}}} = 0.105$$

$$c_{\text{arc}} := c' + c'' = 1.26$$

Verificarea la rezistenta:

$$\tau_{\text{max}} := \frac{c_{\text{arc}} \cdot 8 \cdot F_{\text{max}} \cdot D_{\text{arc}}}{\pi \cdot d_{\text{spira}}^3} = 536.433 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{min}} := \tau_{\text{max}} \cdot \frac{F_{\text{min}}}{F_{\text{max}}} = 321.86 \text{ MPa}$$

Coeficientul de siguranta:

$$\tau_{\text{minus1_arc}} := 360 \text{ MPa}$$

$$c_{\text{sig}} := \frac{\tau_{\text{minus1_arc}}}{1 \cdot \left(\frac{\tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}}}{2} \right) + 0.2 \cdot \left(\frac{\tau_{\text{max}} + \tau_{\text{min}}}{2} \right)} = 1.864$$

numarul total de spire:

$$it := i_{\text{spire}} + 2 = 8 \text{ spire} \quad +$$

$$s_{\text{min}} := 0.8 \cdot d_{\text{spira}} = 4.8 \text{ mm} \quad \text{jocul dintre spire}$$

lungimea in stare comprimata

$$l_c := it \cdot d_{\text{spira}} + s_{\text{min}} \cdot i_{\text{spire}} = 76.8 \text{ mm}$$

$$\text{lungimea in stare montata: } \quad \overset{\text{www}}{l_m} := l_c + h_{\text{smax}} = 84.48 \text{ mm}$$

lungimea in stare libera:

$$\overset{\text{www}}{l} := l_m + h_{\text{smax}} \cdot \frac{F_{\text{min}}}{F_{\text{max}} - F_{\text{min}}} = 96.002 \text{ mm}$$

Verificarea camei la strivire:

$$m_{\text{ans_sup}} := \frac{\frac{\pi \cdot d_{0A}^2}{4} \cdot \mu_s}{10^3} = \text{kg}159$$

$$F_t := \left[F_{\text{min}} + \frac{\pi \cdot d_{sA}^2}{4} \cdot (p_b \cdot 10^{-6}) \right] + m_{\text{ans_sup}} \cdot j_{\text{max}} = 1.648 \times 10^3 \text{ N}$$

$$b_{\text{cama}} := 22 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\text{strivire}} := 0.418 \cdot \sqrt{\frac{F_t \cdot 2.1 \cdot 10^5}{b_{\text{cama}} \cdot (r_{0A} + h_{\text{smax}})}} = 316.50 \text{ MPa} \quad \sigma_a < 500 \text{ MPa}$$

Verificarea arborelui cu came:

Arborele cu came se verifica la incovoiere si rasucire. Momentul incovoiator se calculeaza in raport cu lungimile de sprijn l_1 si l_2 , masurate de la centrul camei pana la lagare. Momentul de rasucire se calculeaza inmultind forta rezultanta cu bratul acesteia, aplicat pe axa de rotatie a camei, bratul fiind suma dintre r_0 si h_{smax} . Se face aproximarea ca pozitionarea camei se face la o treime din D .

$$l_1 := \frac{1}{3} \cdot D = 27.022 \text{ mm} \quad l_2 := \frac{2}{3} \cdot D = 54.044 \text{ mm}$$

$$M_I := F_t \cdot \left(\frac{l_2 - l_1}{l_2} \right) \cdot l_1 = 2.226 \times 10^4 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_{\text{max_I}} := 2 \cdot \frac{32 \cdot M_I \cdot d_a}{\pi \cdot d_a^4} = 9.341 \text{ MPa}$$

$$M_R := (F_{\text{max}} + m_{\text{ans_sup}} \cdot j_{\text{max}}) \cdot (r_{0A} + h_{\text{smax}}) = 4.59 \times 10^4 \text{ Nmm}$$

$$M_R := (F_{\max} + m_{\text{ans_sup}} \cdot j_{\max}) \cdot (r_{0A} + h_{\text{smax}}) = 4.59 \times 10^4 \text{ Nmm}$$

$$\tau_{\max_R} := \frac{16 \cdot M_R \cdot d_a}{\pi \cdot d_a^4} = 4.816 \text{ MPa}$$

Deformatia de incovoiere: $f_I := \frac{F_t \cdot l_1^2 \cdot (l_2 - l_1)^2}{2.1 \cdot 10^5 \cdot l_2 \cdot d_a^4} = 4.371 \times 10^{-5} \text{ mm}$

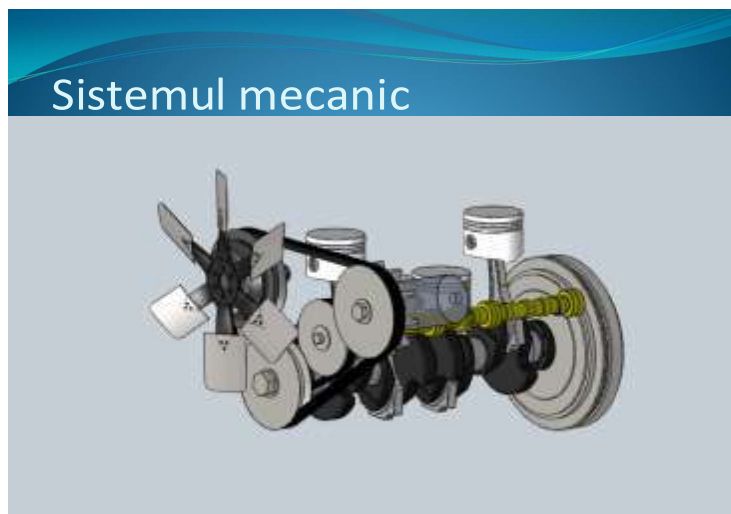
Capitolul XI. Exemplu de calcul la vibrații torsionale al unui arbore cotit pentru un motor cu aprindere prin scânteie.

XI.1 .Vibrații torsionale libere, neamortizate

Studiul vibrațiilor torsionale libere, neamortizate, urmărește determinarea pulsațiilor proprii ale liniilor de arbori acționate de motoare cu ardere internă. Pentru aceasta, este necesar să se cunoască caracteristicile elastice și masice ale sistemului oscilant, precum și modul în care acestea influențează proprietățile dinamice ale sistemului. De asemenea, este necesar să se cerceteze particularitățile care caracterizează sistemele oscilante, echivalente diverselor utilizări ale motoarelor cu ardere internă.

XI.2.Sistemul dinamic

Pentru demararea calculelor s-a pornit de la desenele de execuție ale pieselor motorului, care au fost modelate 3D cu ajutorul programului SolidWorks în scopul determinării caracteristicilor masice și geometrice.



S-au obținut următoarele rezultate:

- -momentul de inerție al volantului motorului: $I_v=0.083 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție al cotului arborelui cotit: $I_{cot}=0.00315 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -masă piston: $m_p=0.333 \text{ kg}$;
- -masă bielă : $m_{biela}=0.53 \text{ kg}$;
- -masă bolț : $m_{bolt}=0.1 \text{ kg}$;
- -masă segmenti: $m_{seg}=0.048 \text{ kg}$;
- -momentul de inerție al roții mari de lanț a distribuției:
 $I_{roata\ mare}=0.0003325 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție al roții mici de lanț a distribuției:
 $I_{roata\ mica}=0.0000131 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție al arborelui cu came: $I_{ac}=0.02233 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție al fuliei mici de antrenare a instalațiilor anexe:
 $I_{fulie\ mica}=0.00156 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție al fuliei mari de antrenare a instalațiilor anexe:
 $I_{fulie\ mare}=0.00203 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție total al instalațiilor anexe: $I_{anexe}=0.00355 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;

Datorită complexității foarte mari a sistemului mecanic, pentru reducerea volumului de calcul se recomandă înlocuirea lui cu un sistem oscilant dinamic echivalent, format din elemente elastice fără masă, ce leagă între ele o serie de volanți, în care se concentrează momentele de inerție polare

ale pieselor antrenate de arbore, împreună cu cele ale unor tronsoane ale acestuia.

XI.2. Alcătuirea sistemului oscilant dinamic echivalent

Într-o primă etapă s-a ales folosirea unui sistem oscilant echivalent simplificat, alcătuit din un număr de $4+1$ volanti, primii 4 volanti înglobând momentele de inerție polare ale coturilor arborelui cotit și ale pieselor cu mișcare de translație reduse la axa arborelui, iar cel de-al 5-lea volant înglobând momentul de inerție al volantului propriu-zis al motorului. În figura următoare este prezentată schema oscilatorului simplificat cu 5 volanti.

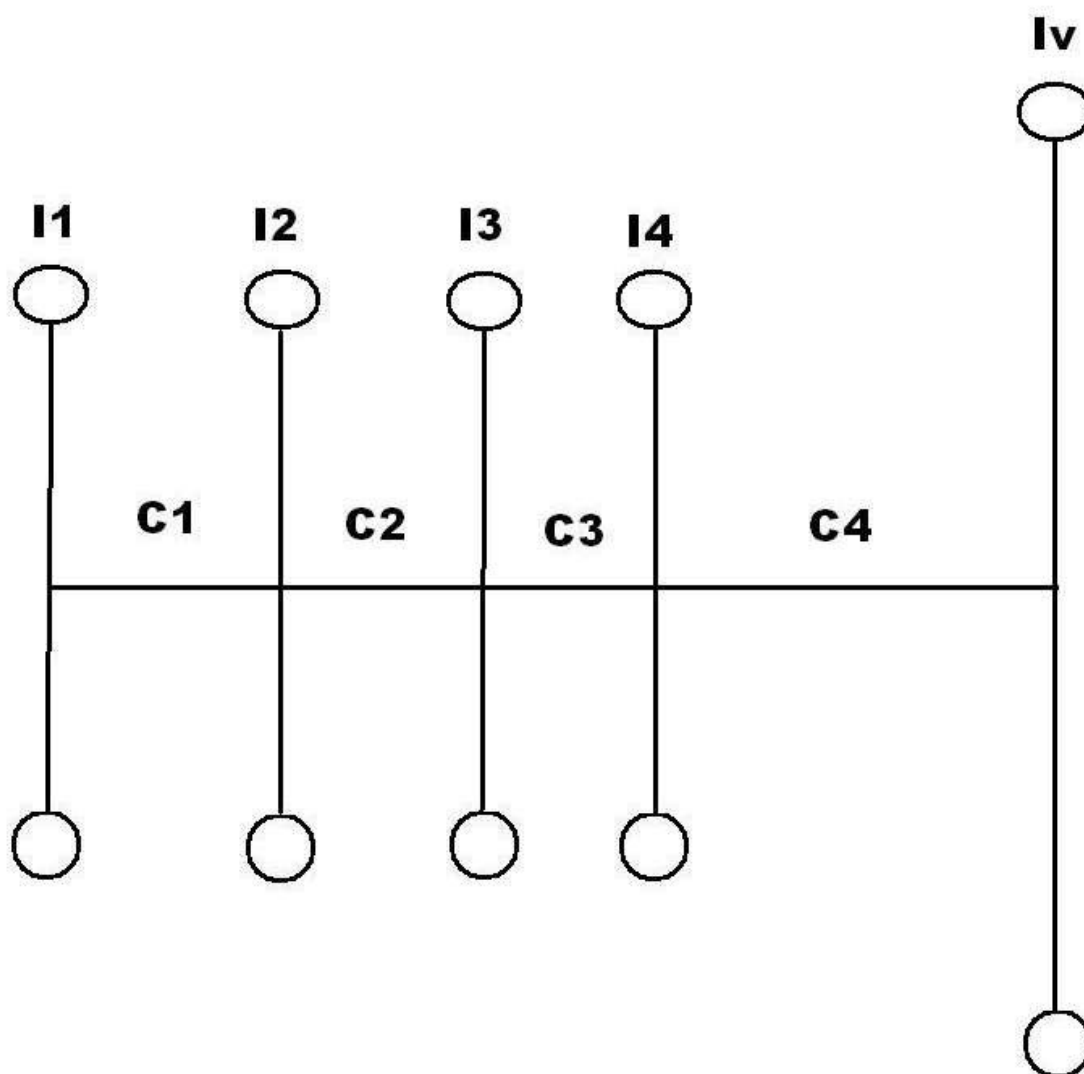


Fig. 11.2 .Oscilatorul echivalent cu 5 volanti

Determinarea rigidității torsionale a tronsoanelor de arbore cotit, al căror moment de inerție polar a fost concentrat în dreptul fiecărei manivele, se face pornind de la deformarea torsională elastică a arborelui. Din teoria elasticității se știe că un arbore sollicitat de un moment de torsiune M_t (Nm) se deformează astfel încât două secțiuni transversale ale acestuia,

situate la distanța $L(m)$, se rotesc una în raport cu cealaltă, cu unghiul Θ .
 [9,10]

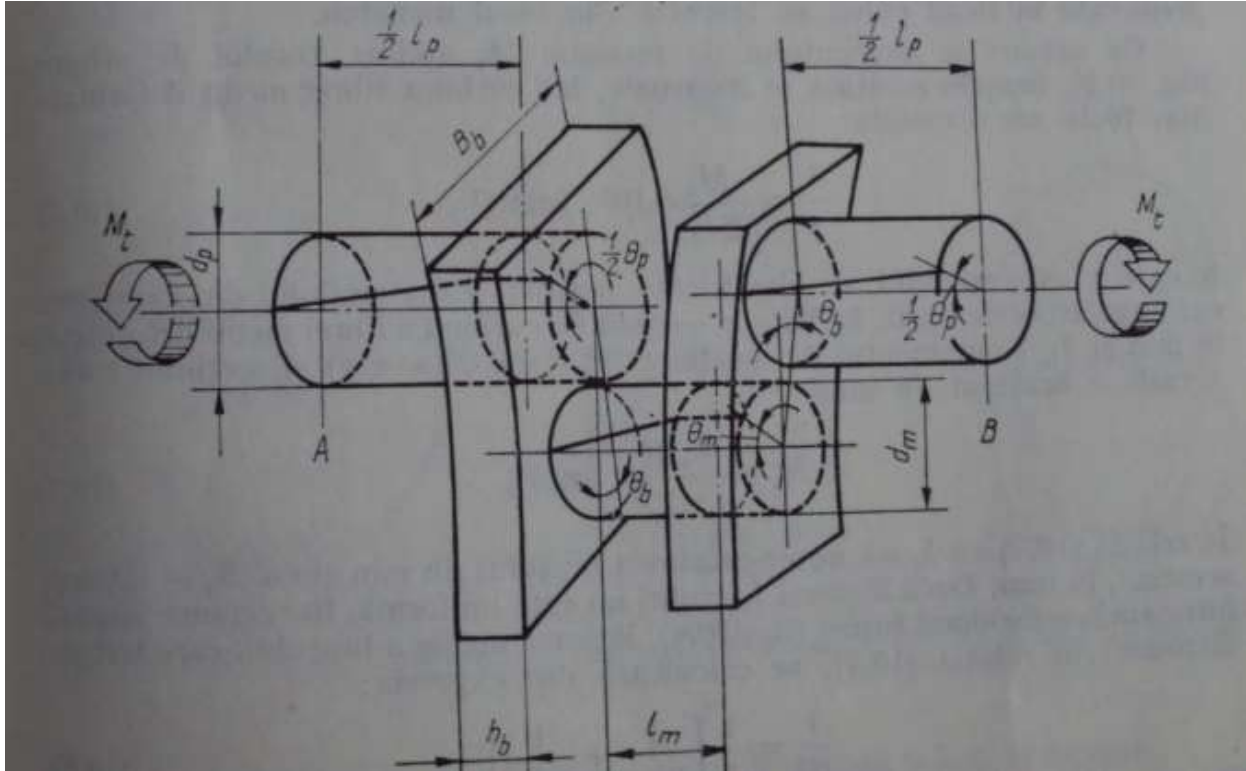


Fig11.3. Deformația torsională a unui cot de arbore cotit [9].

Pentru determinarea deformației a fost utilizată Metoda Elementului Finit, cotul fiind solicitat de un moment de torsiune de mărime constantă, având valoarea momentului pe un cilindru, rezultat din calculul dinamic al motorului. În următoarea figură este prezentată variația momentului mediu pe un cilindru. Valoarea momentului rezultată din calcul este de $M_t=29.23 \text{ Nm}$.

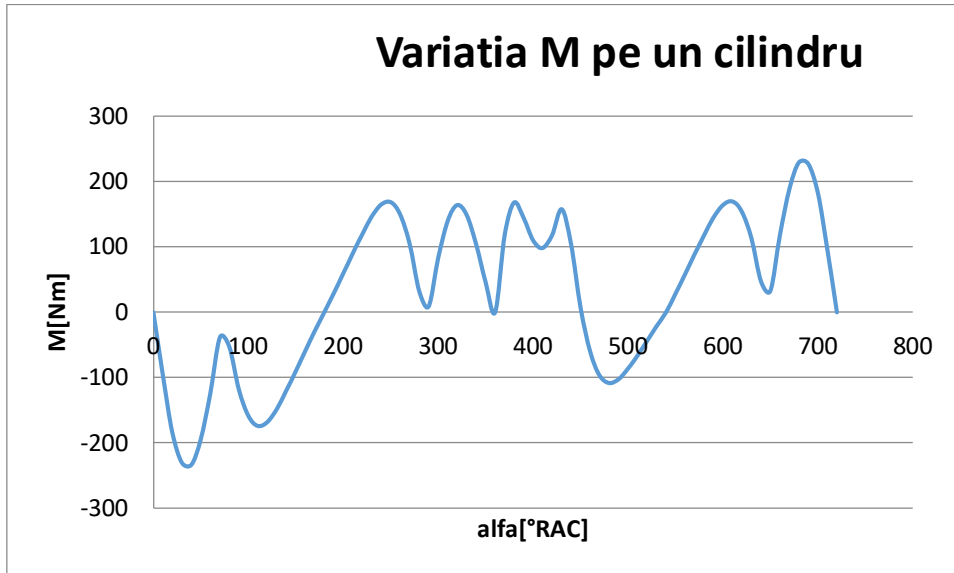


Fig.11.4.Variația momentului motor pe un cilindru

Schema deformației, obținută cu ajutorul programului Ansys 11 este următoarea:

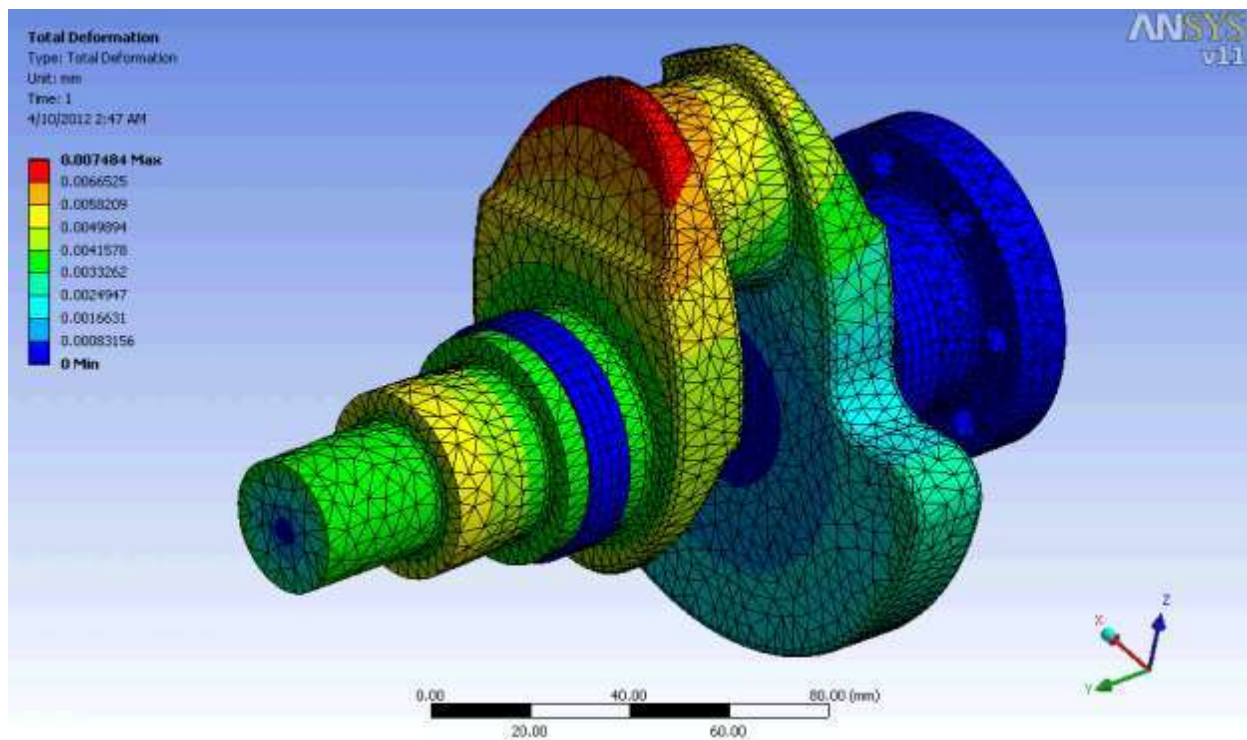


Fig. 11.5.Deformația cotului sub acțiunea momentului de torsiune.

După transformarea din coordonate carteziane în polare, deformația rezultată obținută ca suma deformațiilor fusurilor maneton, palier și a celor două brațe este: $\Theta=0.00039$ rad. Având deformația se poate calcula lungimea echivalentă a porțiunii de arbore cilindric drept în mijlocul căruia se află volantul ce înglobează momentul de inerție polar al cotului și momentul de inerție al pieselor cu mișcare de translație redus la axa arborelui cotit.

$$l_e = \frac{G * I_{pe}}{M t} * \Theta;$$

- unde *G-modulul de elasticitate transversal al materialului din care este construit arborele cotit = $5e10$ N/m²;
- * $I_{pe} = \frac{\pi}{32} * d_e^4$; $d_e=0.046$ m;

Rezultă $l_e=0.292$ m;

Momentul de inerție al pieselor cu mișcare de translație redus la axa arborelui cotit este calculat cu următoarea formulă:

$$I_j = I_{cotj} + z * \left(m_{br} + \frac{1}{2} * m_{tr} \right) * R^2; \quad \text{unde: } z\text{-numărul de biele}$$

pe fusul maneton;

- m_{br} -masa părții de bielă care participă la mișcarea de rotație= 0.393 kg;
- m_{tr} = masa pieselor cu mișcare de translație= 0.61 kg;

Rigiditatea torsională are următoarea formulă:

$$C_j = \frac{G * I_p e}{l_e} = 75171.23 \text{ Nm}; \quad \text{iar pentru ultimul tronson este:}$$

$$C_{j+1} = C_j * \frac{l_e}{l_{j+1}} = 124715.9; \quad \text{unde } l_{j+1} = l_p + \frac{l_e}{2}; \quad l_p = \text{lungimea fusului}$$

palier=0.03 m;

XI.3.Determinarea pulsațiilor proprii

Sistemul oscilant echivalent al unei linii de arbori poate executa vibrații torsionale libere astfel încât, la un moment dat, deformațiile unghiulare măsurate în dreptul fiecărui volant echivalent au valorile $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_n$. Scriind ecuațiile de echilibru dinamic pentru fiecare volant în parte se obține: [9,10]

$$I_1 * \ddot{\Theta}_1 + C_1 * (\Theta_1 - \Theta_2) = 0$$

$$I_2 * \ddot{\Theta}_2 + C_2 * (\Theta_2 - \Theta_3) - C_1 * (\Theta_1 - \Theta_2) = 0$$

$$I_3 * \ddot{\Theta}_3 + C_3 * (\Theta_3 - \Theta_4) - C_2 * (\Theta_2 - \Theta_3) = 0$$

$$I_4 * \ddot{\Theta}_4 + C_4 * (\Theta_4 - \Theta_5) - C_3 * (\Theta_3 - \Theta_4) = 0$$

$$I_5 * \ddot{\Theta}_5 - C_4 * (\Theta_4 - \Theta_5) = 0$$

Datorită complexității sistemului de ecuații diferențiale, pentru determinarea valorilor inițiale ale pulsațiilor proprii se înlocuiește sistemul oscilant dinamic echivalent cu volanți cu un sistem oscilant cu 3 volanți, la care primii doi volanți însumează câte doi volanți din cel cu cinci. Schema este prezentată în figura următoare.

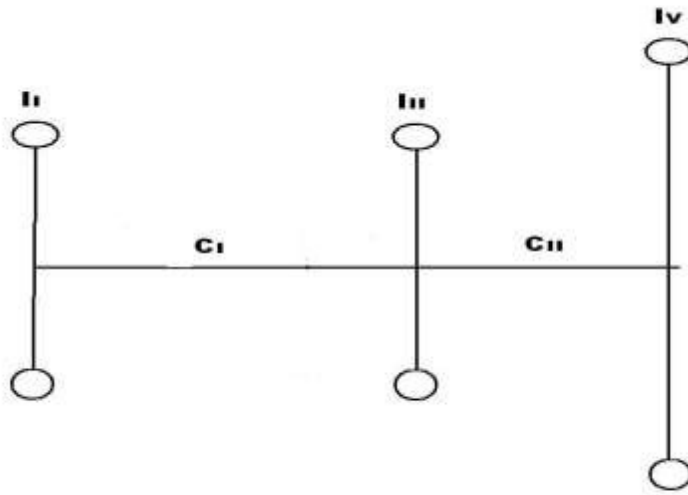


Fig. 11.6. Sistemul oscilant echivalent cu 3 volanți

Prin rezolvarea sistemului de ecuații aferent acestui sistem rezultă o ecuație bipatrată de forma:

$$-\frac{\omega^2}{I_1 I_2 I_3} \left[\omega^4 - \left(\frac{C_1}{I_1} + \frac{C_1}{I_2} + \frac{C_2}{I_2} + \frac{C_2}{I_3} \right) \omega^2 + \left(\frac{C_1 C_2}{I_1 I_3} + \frac{C_1 C_2}{I_1 I_2} + \frac{C_1 C_2}{I_2 I_3} \right) \right] = 0$$

Rezolvând ecuația bipatrată se obține:

$$\omega^2_{I,III} = \frac{1}{2} [(\omega^2_{01} + \omega^2_{21} + \omega^2_{23} + \omega^2_{03}) \mp \sqrt{(\omega^2_{01} + \omega^2_{21} - \omega^2_{23} - \omega^2_{03})^2 + 4\omega^2_{21}\omega^2_{23}}]$$

Se constată că sistemul oscilant posedă două moduri de vibrații libere. Primul mod, cu pulsația proprie mai joasă se caracterizează prin prezența unui singur nod, în timp ce al doilea mod, cu pulsația proprie mai ridicată

se caracterizează prin prezența a două noduri. Calculul a fost realizat cu programul Matlab, iar secvența de program este următoarea:

```
format long;
Ivolant=0.083;
Icot=0.00315;
z=1;
mb=0.53;
mp=0.333;
mbolt=0.1;
mseg=0.048;
x=0.742;
y=0.257;
mA=y*mb;
mB=x*mb;
R=0.0405;
Ij=Icot+z*(mA+0.5*(mp+mbolt+mseg+mB))*R^2;
%Determinarea lungimii arborelui echivalent
%theta_torsiune=input('deformatia unghiulara a
cotului sub actiunea momentului de torsiune:');
%Mt=input('Momentul de torsiune in N*m:');
G=5e10;
de=0.046;
Ipe=(pi*(de^4))/32;
%le=((G*Ipe)/Mt)*theta_torsiune;
le=0.292;
```

```

    %Constantele elastice ale tronsoanelor arborelui
oscilatorului
    %echivalent dintre volanti
    Cj=(G*Ipe)/le;
    lp=0.03;
    le_N_ultim=(le/2)+lp;
    Cj_ultim=Cj*(le/le_N_ultim);
    %Determinarea pulsatiei proprii a oscilatorului
echivalent cu 3 volanti
    C=[Cj Cj Cj Cj_ultim];
    %Constantele elastice pentru oscilatorul echivalent
cu 3 volanti
    C_1=C(1)/2;
    C_2=(2*C(3)*C(4))/(2*C(3)+C(4));
    I1=Icot;
    I2=Icot;
    I3=Icot;
    I4=Icot;
    I5=Ivolant;
    I=[I1 I2 I3 I4 I5];
    I_1=I(1)+I(2);
    I_2=I(3)+I(4);
    I_3=Ivolant;
    omega_01=C_1/I_1;
    omega_21=C_1/I_2;
    omega_23=C_2/I_2;
    omega_03=C_2/I_3;

```

```

pulsatia_1=sqrt(0.5*((omega_01+omega_21+omega_23+omega_
03)-...
    sqrt((omega_01+omega_21-omega_23-
omega_03)^2+4*omega_21*omega_23)));

pulsatia_2=sqrt(0.5*(omega_01+omega_21+omega_23+omega_0
3)+sqrt((...
    omega_01+omega_21-omega_23-
omega_03)^2+4*omega_21*omega_23));
    turatia_1=(pulsatia_1*30)/pi;
    turatia_2=(pulsatia_2*30)/pi;

    disp(['pulsatia de ordinul 1 pt oscilatorul cu 3
volanti este:', num2str(pulsatia_1),'rad/s']);
    disp(['pulsatia de ordinul 2 pt oscilatorul cu 3
volanti este:', num2str(pulsatia_2),'rad/s']);
    disp(['Lungimea echivalenta este:', num2str(le),
'm']);
    disp(['Turatia primei
frecvente:', num2str(turatia_1),'rpm']);
    disp(['Turatia celei de-a doua frecvente:',
num2str(turatia_2), 'rpm']);

    pulsatia de ordinul 1 pt oscilatorul cu 3 volanti
este:1937.9955rad/s

```