

pulsatia de ordinul 2 pt oscilatorul cu 3 volanti este: 5281.5511 rad/s

Trecerea de la oscilatorul cu trei volanti la cel cu cinci volanti se face prin intermediul metodei Holzer iterativă. Metoda este prezentată în următorul tabel:

Tabelul 11.1. Sistematizarea calculelor pentru metoda Holzer [9]

Nr. volant	I_j	$I_j \omega^2$	Θ_j	$\sum_{k=1}^j I_k \omega^2 \Theta_k$	C_j	$\frac{1}{C_j} \sum_{k=1}^j I_k \omega^2 \Theta_k$
	Nms ²	Nm	-	Nm	Nm	-
1	2	3	4	5	6	7
1	I_1	$I_1 \omega^2$	$\Theta_1 = 1,0000$	$I_1 \omega^2 \Theta_1$	C_1	$\frac{1}{C_1} I_1 \omega^2 \Theta_1$
2	I_2	$I_2 \omega^2$	$\Theta_2 = \Theta_1 - \frac{1}{C_1} I_1 \omega^2 \Theta_1$	$\sum_{k=1}^2 I_k \omega^2 \Theta_k$	C_2	$\frac{1}{C_2} \sum_{k=1}^2 I_k \omega^2 \Theta_k$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$N-1$	I_{N-1}	$I_{N-1} \omega^2$	$\Theta_{N-1} = \Theta_{N-2} - \frac{1}{C_{N-2}} \sum_{k=1}^{N-2} I_k \omega^2 \Theta_k$	$\sum_{k=1}^{N-1} I_k \omega^2 \Theta_k$	C_{N-1}	$\frac{1}{C_{N-1}} \sum_{k=1}^{N-1} I_k \omega^2 \Theta_k$
N	I_N	$I_N \omega^2$	$\Theta_N = \Theta_{N-1} - \frac{1}{C_{N-1}} \sum_{k=1}^{N-1} I_k \omega^2 \Theta_k$	$\sum_{k=1}^N I_k \omega^2 \Theta_k$	-	-

În continuare sunt prezentate rezultatele pentru prima și a doua frecvența:

Tabelul 11.2. Tabelul Holzer

ω_1	1757.5	rad/s Prima pulsatie proprie a oscilatorului cu 5 volanti				
Nr volant	l_{1j}	$l_{1j}\omega^2$	θ_{1j}	$\sum l_{1k}\omega^2\theta_{1k}$	C_{1j}	$(1/C_{1j}) * \sum l_{1k}\omega^2\theta_{1k}$
1	0.00409	12634.562	1	12634.5621	7.53E+04	0.1678579
2	0.00409	12634.562	0.832142	23148.3	7.53E+04	0.3075396
3	0.00409	12634.562	0.524602	29776.4	7.53E+04	0.3955983
4	0.00409	12634.562	0.129004	31406.3	124878.75	0.2514947
5	0.083	256398.20	-0.12249	0.00499		
ω_2	4694.784	rad/s A doua pulsatie proprie a oscilatorului cu 5 volanti				
Nr volant	l_{1j}	$l_{1j}\omega^2$	θ_{1j}	$\sum l_{1k}\omega^2\theta_{1k}$	C_{1j}	$(1/C_{1j}) * \sum l_{1k}\omega^2\theta_{1k}$
1	0.00409	90147.703	1	90147.7036	7.53E+04	1.1976677
2	0.00409	90147.703	-0.19767	72328.4162	7.53E+04	0.9609275
3	0.00409	90147.703	-1.1586	-32116.2776	7.53E+04	-0.4266845
4	0.00409	90147.703	-0.73191	-98096.3438	124878.7	-0.7855327
5	0.083	1829403.2	0.05362	0.00507249		

Având rezultatele obținute pentru cazul în care lungimea echivalentă a cotului a fost determinată prin intermediul metodei elementului finit, am

trecut la o comparație între această metodă și încă două metode. Prima este metoda clasică, care implică determinarea lungimii echivalente printr-o relație empirică. Am ales relația determinată de Institutul Britanic de Cercetari Asupra Motoarelor cu Ardere Interna.

Relația BICERI este:

$$l_e = d_e^4 * \left[\frac{l_p}{d_p^4} + \frac{l_m}{d_m^4} + \frac{0.07 * l_m^3}{r^2 d_m^4} + k \frac{r}{h_B B_b^3} \right] \text{ unde } k=11.58x+0.439; x=\frac{h_b B_b^3}{r d_p^4};$$

S-a obținut valoarea lungimii echivalente $l_e = 0.19 \text{ m}$;

După efectuarea aceluiași calcule ca și la metoda precedentă am ajuns la următoarea valoare a primei pulsații proprii: $\omega=2151.97 \text{ rad/s}$; eroarea dintre această valoare și cea aferentă metodei elementului finit fiind de $\varepsilon=18\%$.

A doua metodă de determinare a pulsației proprii este metoda AVL, calculată cu ajutorul programului BRIKS, aceasta calculând lungimea echivalentă a cotului cu mai multe relații empirice și apoi mediind. Valoarea pulsației este $\omega=2989.42 \text{ rad/s}$, ceea ce duce la o eroare relativă $\varepsilon=38 \%$ față de metoda clasică.

Având aceste date calculate în continuare s-a trecut la partea a doua, și anume introducerea liniilor de arbori uniti prin transmisii ramificate.

Capitolul XII. Linii de arbori uniți prin transmisii mecanice ramificate

XII.1. Calculul pulsațiilor proprii

În multe utilizări ale motoarelor cu ardere internă apar situații în care fie mașina antrenată este acționată printr-o transmisie mecanică de către mai mulți arbori cotați aparținând aceluiași motor sau a unor motoare diferite, fie motorul acționează prin intermediul unor transmisii mecanice mai multe mașini. În cazul de față motorul acționează prin intermediul unor transmisii mecanice distribuția și instalațiile anexe. Sistemul mecanic prezentat la începutul lucrării este din nou înlocuit cu un sistem oscilant dinamic echivalent. Sistemul este prezentat în figura următoare:

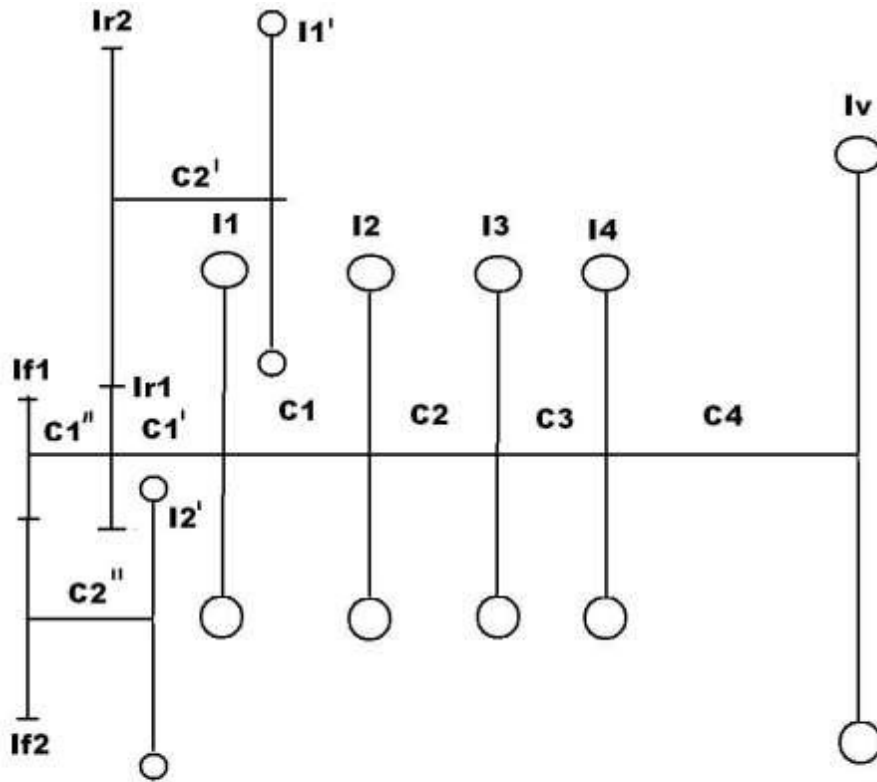


Figura 12.1. Sistemul înlocuitor dinamic echivalent aferent lanțurilor ramificate

Lungimea echivalentă a cotului și rigiditățile torsionale aferente mecanismului motor au ramas acelea calculate cu metoda elementului finit.

Calculul celorlalte elemente s-a facut în felul urmator:

- -momentul de inerție al arborelui cu came: $I_{ac}=0.02233 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție al fuliei mici de antrenare a instalațiilor anexe: $I_{fuliemica}=0.00156 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție al fuliei mari de antrenare a instalațiilor anexe: $I_{fuliemare}=0.00203 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție total al instalațiilor anexe: $I_{anexe}=0.00355 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;

- -momentul de inerție al roții mari de lanț a distribuției: $I_{roata\ mare}=0.0003325 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție al roții mici de lanț a distribuției: $I_{roata\ mica}=0.0000131 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- momentul de inerție al volantului motorului: $I_v=0.083 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -momentul de inerție al cotului arborelui cotit: $I_{cot}=0.00315 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$;
- -reducerea momentelor de inerție polare la axa de rotație a arborelui cotit:

$$I_{tr} = I_{trI} + I_{trII} \left(\frac{n_u}{n_m}\right)^2;$$

$$I'_{II} = I_{II} \left(\frac{n_u}{n_m}\right)^2;$$

-constantele elastice ale liniilor ramificate au fost calculate cu următoarele formule:

$$C_{tr} = \frac{1}{\xi} \frac{S_{tr} E_{tr}}{L_{tr}} R_m^2 ;$$

unde S_{tr} este aria secțiunii transversală a elementului de transmisie, E_{tr} -modulul de elasticitate normal al materialului din care este executat elementul de transmisie, L_{tr} -lungimea elementului de transmisie, R_m -raza roții, ξ -factorul de corecție.

Formula de mai sus este pentru rigiditatea torsională a elementului de transmisie montat pe arborele motor. Pentru cel al elementului antrenat formula este următoarea:

$$C'_{tr} = C_{tr} \left(\frac{n_m}{n_u}\right)^2$$

Pentru calculul pulsațiilor proprii s-a procedat la fel ca în cazul sistemului simplificat, numai că au fost modificate oscilatoarele înlocuitoare astfel:

- -pentru oscilatorul cu trei volanți: primul volant este suma celor trei volanți ce substituie transmisia prin lanț, transmisia prin curea, ambele reduse la axa de rotație a arborelui cotit și unul din coturi, al doilea volant este suma a trei dintre volanții ce substituie coturile 2,3 și 4, iar ultimul volant reprezintă volantul propriu-zis al motorului.
- -pentru oscilatorul cu 6 +1 volanți: datorită introducerii liniilor ramificate, mai apar încă doi volanți aferenți transmisiilor mecanice.

În continuare este prezentat programul de calcul pentru determinarea pulsațiilor proprii pentru oscilatorul cu 3 volanți :

```

format longe;
%Determinarea pulsatiilor proprii al unui sistem de arbori
    %cuplati prin transmisii mecanice ramificate
    %Elementele de calcul
    %Iv=input('Momentul de inertie al volantului propriu-
zis:0.083:');
    Iv=0.083;
    %Icot=input('Momentul de inertie al volantului ce substituie
coturile:0.00315:');
    Icot=0.00315;
    %z=input('Numarul de biele pe fusul maneton:1');
    z=1;
    %mb=input('Masa bielei:0.53:');
    mb=0.53;
    %mp=input('Masa pistonului:0.333:');
    mp=0.333;

```

```

    %mbolt=input('Masa boltului:0.1:');
mbolt=0.1;
    %mseg=input('Masa segmentilor:0.048:');
mseg=0.048;
    %x=input('Raportul b/L:0.742:');
x=0.742;
    %y=input('Raportul a/L;0.257:');
y=0.257;
    mA=y*mb;
mB=x*mb;
    %R=input('Raza manivelei:0.0405:');
R=0.0405;
Ij=Icot+z*(mA+0.5*(mp+mbolt+mseg+mB))*R^2;
de=0.046; %Diametrul arborelui drept echivalent
le=0.292; %lungimea echivalenta a cotului
lfp=0.03; %lungimea fusului palier
%Rigiditatile torsionale ale liniei de arbore cotit
Cj=75171.23;
Cultim=124715.9;
%Momentele de inertie aferente transmisiei elastice
%Iroatalantmare=input('Momentul de inertie al rotii mari de
lant:0.0003325:');
Iroatalantmare=0.0003325;
%Iroatalantmica=input('Momentul de inertie al rotii mici de
lant:0.0000131:');
Iroatalantmica=0.0000131;
%Idistr=input('momentul de inertie al arborelui cu came plus
roata mare:0.0223325:');
Idistr=0.0223325;
%Ifuliemica=input('momentul de inertie al fuliei
mici:0.00156:');
Ifuliemica=0.00156;

```



```

%Ifuliemare=input('momentul de inertie al fuliei
mari:0.0020302:');
Ifuliemare=0.0020302;
%Ianexe=input('momentul de inertie al instalatiilor
anexe:0.00355746:');
Ianexe=0.00355746;
I1prim=Iroatalantmica+Iroatalantmare*(2^2);
I2prim=Ifuliemica+Ifuliemare*(2^2);
I1=I2prim+I1prim+Ij;
I2=3*Ij;
I3=Iv;
%Constantele elastice
Str=18;
Etr=2.1e5;
Ltr=0.4;
Rm=0.0255;
Ctrlant=(1/1)*((Str*Etr)/Ltr)*(Rm^2);
Ctrprimlant=Ctrlant*(2^2);
Strcurea=0.060;
Etrcurea=0.5e8;
Ltrcurea=1.23;
Rmcurea=0.055;
Ctrcurea=(1/0.5)*((Strcurea*Etrcurea)/Ltrcurea)*(Rmcurea^2);
Ctrprimcurea=Ctrcurea*((0.83)^2);
C1=(Ctrlant*Cj^2)/(Cj*Cj+Ctrlant*Cj+Cj*Ctrlant);
C2=(Cj*Cultim)/(Cj+Cultim);
%Pulsatiile proprii ale oscilatorului cu 3 volanti
a=(C1/I1);
b=(C1/I2);
c=(C2/I2);
d=(C2/I3);
omega1=sqrt(0.5*((a+b+c+d)-sqrt((a+b-c-d)^2+4*b*c)));

```

```

omega2=sqrt(0.5*((a+b+c+d)+sqrt((a+b-c-d)^2+4*b*c)));
tur1=(30*omega1)/pi;
tur2=(30*omega2)/pi;
L=[['I1prim'] ' ' ['I2prim'] ' ' ['Ctrlant'] ' ' ['Ctrcurea']
' ' ['Ctrprimlant'] ' ' ['Ctrprimcurea'] ' ' ['omega1'] ' '
['omega2'] ' ' ['tur1'] ' ' ['tur2'] ' ' ['Ij']];
Rez1=[I1prim I2prim Ctrlant Ctrcurea Ctrprimlant Ctrprimcurea
omega1 omega2 tur1 tur2 Ij];
disp(L);
disp(Rez1);

```

Iar rezultatele sunt urmatoarele:

```
I1prim I2prim Ctrlant Ctrcurea Ctrprimlant Ctrprimcurea omega1 omega2 tur1 tur2 Ij
```

Columns 1 through 6

```

1.3431000000000000e-003  9.6808000000000000e-003
6.1448624999999999e+003  1.475609756097561e+004
2.4579450000000000e+004  1.016547560975610e+004

```

Columns 7 through 11

```

6.085231868064924e+002  2.190131460200120e+003
5.810968389977165e+003  2.091421487471518e+004  4.090420935000000e-
003

```

>>

Deci au rezultat o prima pulsație proprie $\omega_I = 608.523 \text{ rad/s}$ și a doua

$\omega_{II} = 2190.13 \text{ rad/s}$;

XII.2. Calculul pulsațiilor proprii ale sistemului înlocuitor echivalent cu 6+1 volanti

A fost utilizată de asemenea metoda Holzer iterativă, cu adăugarea liniilor secundare beta și gamma. Următoarele tabele reprezintă tabelele Holzer pentru ultimele iterații.

ω_1	621.4551					
Linia principala						
Nr volant	I_{1j}	$I_{1j}\omega^2$	Θ_{1j}	$\sum I_{1k}\omega^2\Theta_{1k}$	C_{1j}	$(1/C_{1j}) * \sum I_{1k}\omega^2\Theta_{1k}$
1	0.009681	3738.787039	1	3738.787039	1.48E+04	0.253372475
2	0.001343	518.6752122	0.746627525	4126.04423	6.14E+03	0.671462472
3	0.00409	1579.584228	0.075165053	4244.773762	75171.23	0.056468063
4	0.00409	1579.584228	0.01869699	4274.307233	75171.23	0.056860946
5	0.00409	1579.584228	-0.038163956	4214.02405	75171.23	0.056059001
6	0.00409	1579.584228	-0.094222957	4065.190954	124715.9	0.032595611
7	0.083	32055.13225	-0.126818568	0.004999973		
Linia secundara beta						
Nr volant	I_{2beta}	$I_{2beta}\omega^2$	Θ	$\sum I_{2betak}\omega^2\Theta_k$	C_{2beta}	$(1/C_{2beta}) * \sum I_{2betak}\omega^2\Theta$
Idistributie	0.022333	8624.95471	β	$8624.954 * \beta$	2.45E+04	$0.352 * \beta$
Iroatamare	0.000333	128.4136322	$0.648\beta'$	$8708.165 * \beta$		
			β	0.57		
Idistributie	0.022333	8624.95471	0.57	3858.846029	2.45E+04	0.157491
Iroatamare	0.000333	128.6067354	0.412509	3911.897465		
Linia secundara gamma						
Nr volant	$I_{2\gamma}$	$I_{2\gamma}\omega^2$	Θ	$\sum I_{2\gamma k}\omega^2\Theta_k$	$C_{2\gamma}$	$(1/C_{2\gamma}) * \sum I_{2\gamma k}\omega^2\Theta$
Ianexe	0.003557	1373.913865	γ	$1373.9138 * \gamma$	1.02E+04	$0.1346 * \gamma$
Ifuliemare	0.002	772.4128253	$0.865\gamma'$	$2042 * \gamma$		
			γ	1.392		
Ianexe	0.003557	1373.73621	1.392	1912.240804	1.02E+04	0.187474589
Ifuliemare	0.002	772.4128253	1.204525411	2842.63168		

Tabelul 12.1. Tabelul Holzer pentru prima frecvență.

Valoarea rezultată din calculul tabelar pentru prima frecvență este $\omega_1=621.4551$ rad/s.

ω_2	1893.6479								
Linia principala									
Nr volant	l_{1j}	$l_{1j}\omega^2$	θ_{1j}	$\sum l_{1k}\omega^2\theta_{1k}$	C_{1j}	$(1/C_{1j}) * \sum l_{1k}\omega^2\theta_{1k}$			
1	0.0096808	34714.40215	1	34714.40215	1.48E+04	2.352547			
2	0.001343	4815.866673	-1.352547	28200.71388	6.14E+03	4.589316			
3	0.00409	14666.34005	-5.941864	-58944.67719	75171.23	-0.78414			
4	0.00409	14666.34005	-5.157725	-134589.6222	75171.23	-1.79044			
5	0.00409	14666.34005	-3.367284	-183975.3564	75171.23	-2.44742			
6	0.00409	14666.34005	-0.919867	-197466.4387	124715.9	-1.58333			
7	0.083	297629.8837	0.6634631	0.005712087					
Linia secundara beta									
Nr volant	l_{2beta}	$l_{2beta}\omega^2$	θ	$\sum l_{2beta}k\omega^2\theta_k$	C_{2beta}	$(1/C_{2beta}) * \sum l_{2beta}k\omega^2\theta$			
Idistributie	0.0223325	80082.16118	β	$80082.1611 * \beta$	2.45E+04	$3.268 * \beta$			
Iroatamare	0.000333	1194.105437	-2.268 β'	$77373.92 * \beta$					
			β	0.298					
Idistributie	0.0223325	80082.16118	0.298	23864.48403	2.45E+04	0.974061			
Iroatamare	0.000333	1194.105437	-0.676061	23057.19643					
Linia secundara gamma									
Nr volant	$l_{2\gamma}$	$l_{2\gamma}\omega^2$	θ	$\sum l_{2\gamma}k\omega^2\theta_k$	$C_{2\gamma}$	$(1/C_{2\gamma}) * \sum l_{2\gamma}k\omega^2\theta$			
Ianexe	0.0035575	12756.70369	γ	$12756.7 * \gamma$	1.02E+04	$1.25 * \gamma$			
Ifuliemare	0.002	7171.804427	-0.25 γ'	$10963.75 * \gamma$					
			γ	-4.819					
Ianexe	0.003557	12755.05417	-4.819	-61466.60606	1.02E+04	-6.02614			
Ifuliemare	0.002	7171.804427	1.2071378	-52809.24949					

Tabelul 12.2. Tabelul Holzer pentru a doua frecvență.

A doua pulsatie are valoarea $\omega_2=193.64$ rad/s.

În următoarea figură este prezentată alura deformației volanților pentru prima și a doua frecvență, valorile regăsindu-se în tabelele de mai sus.

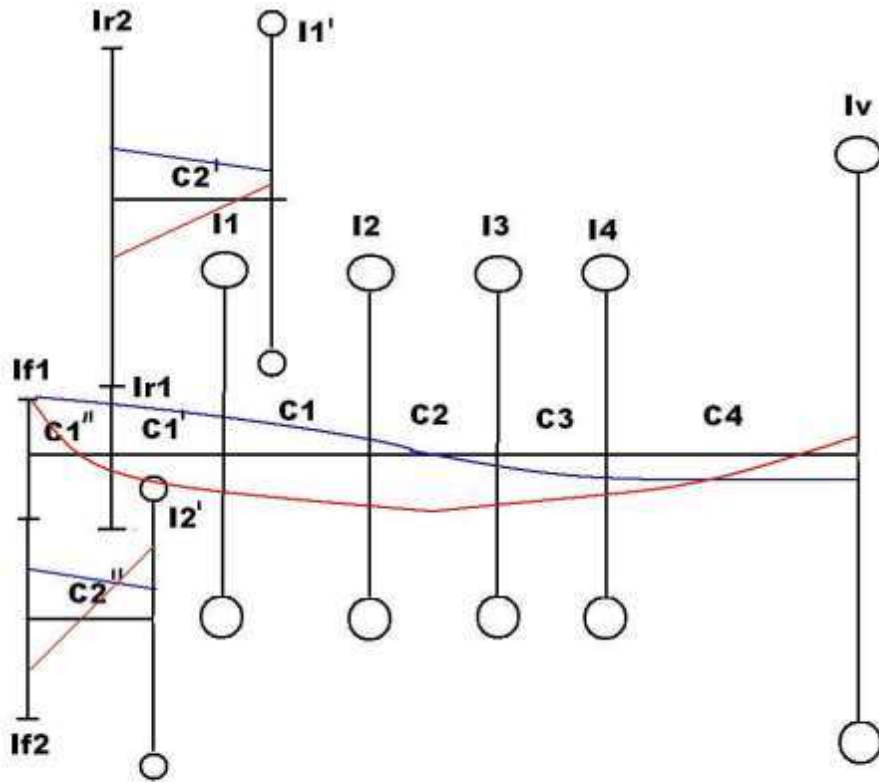


Fig. 12.2. Alura deformației volanților

Cu culoarea albastră a fost reprezentată deformația corespunzătoare primei frecvențe, iar cu culoarea roșie deformația celei de-a doua frecvențe.

XII.3. Sursele de excitație a vibrațiilor torsionale

În cazul liniilor de arbori acționați de motoare cu ardere internă, sursa principală a de excitație a vibrațiilor torsionale o constituie variația periodică a momentului produs de fiecare cilindru al motorului. Surse de

excitație pot fi și variațiile periodice ale momentului rezistent. Momentul de torsiune aplicat arborelui cotit de către un mecanism motor rezultă ca o contribuție a forței de presiune și a celei de inerție, determinată de masele cu mișcare de translație. Întrucât forța de presiune depinde, în principal de sarcina aplicată motorului, în timp ce FIMT depinde în exclusivitate de turația acestuia, este rațional să se considere separat posibilitatea de calcul a componentelor armonice ale momentului de torsiune produs de forța de presiune și respectiv a celui produs de forța de inerție a pieselor cu mișcare de translație. De asemenea, pentru a conferi rezultatelor obținute un grad sporit de generalitate, se preferă ca, în locul momentului motor M_t , să se considere o presiune tangențial echivalentă p_t , care se obține prin împărțirea momentului la o marime constantă egală cu produsul dintre aria pistonului și raza de manivelă .

$$p_T = \frac{M_T}{\left(\frac{\pi D^2}{4} R\right)} = p_{Tg} + p_{Ti}$$

Momentul de torsiune produs de forța de presiune are aceeași valoare cu momentul de ruliu, exercitat de această forță asupra părților fixe ale motorului. Ca urmare structura armonică a PTEPG este exprimată de relația:

$$p_{Tg} = A_{0p} + \sum_{k=0}^{\infty} (A_{kp} \cos k\alpha + B_{kp} \sin k\alpha) , \text{ în care coeficienții}$$

armonici sunt precizați de relațiile lui Fourier:

$$A_{0p} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\theta} p_{Tg}(\alpha) d\alpha;$$

$$A_{kp} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta} p_{Tg}(\alpha) \cos k\alpha d\alpha;$$

$$B_{kp} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta} p_{Tg}(\alpha) \sin k\alpha d\alpha;$$

Componentele armonice ale p_{Tg} pot fi determinate prin analiza armonică a curbei de variație a p_{Tg} .

Momentul de torsiune produs de FIMT asupra arborelui cotit are aceeași valoare cu momentul de ruluu produs de FIMT asupra părților fixe. În consecință, structura armonică a momentului de torsiune produs de FIMT este precizată de relația :

$M_{Ni} = m_{tr}(r\omega)^2(B_1 \sin \alpha_1 + B_2 \sin \alpha_2 + \dots)$; valorile coeficienților armonici fiind precizate în următorul tabel:

Ordinul armonicii k	Functia trigonometrică aferentă	Valoarea coeficientului armonic B_{k1}		
1	$\sin x$	$\frac{1}{4} \Lambda$	$+\frac{1}{16} \Lambda^3$	$+\frac{15}{512} \Lambda^5$
2	$\sin 2x$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{32} \Lambda^4$	$-\frac{1}{32} \Lambda^6$
3	$\sin 3x$	$-\frac{3}{4} \Lambda$	$-\frac{9}{32} \Lambda^3$	$-\frac{81}{512} \Lambda^5$
4	$\sin 4x$	$-\frac{1}{4} \Lambda^2$	$-\frac{1}{8} \Lambda^4$	$-\frac{1}{16} \Lambda^6$
5	$\sin 5x$		$\frac{5}{32} \Lambda^3$	$+\frac{75}{512} \Lambda^5$
6	$\sin 6x$		$\frac{3}{32} \Lambda^4$	$+\frac{3}{32} \Lambda^6$

Tabelul 12.3. Valorile coeficienților armonici ai momentului de ruluu produs de forțele de inerție ale maselor cu mișcare de translație [9].

Se constată că valorile componentelor armonice ale momentului de torsiune produs de FIMT scad rapid, odata cu creșterea ordinului armonicii considerate, fiind foarte mici pentru ordinele armonice 5 și 6 și complet ne semnificative pentru ordinele armonice superioare lui 6. Ca urmare, dacă turațiile critice ale unei linii de arbori corespund unei rezonanțe cu ordine armonice superioare lui 6, excitațiile vibrațiilor torsionale forțate revin în exclusivitate componentelor armonice ale momentului motor produs de forța de presiune. Această situație este valabilă și pentru toate ordinele armonice neîntregi, care se întâlnesc la motoarele în 4 timpi. Relațiile sunt următoarele:

$$|M_{tk}| = \left(\frac{\pi D^2}{4} R \right) \sqrt{A_{kp}^2 + B_{kp}^2}$$

$$k = j - \frac{1}{2} ; \quad j=1,2,\dots$$

$$k=z; \quad z=7,8,9,\dots$$

Pentru ordinele armonice mai mici decât 6, excitația vibrațiilor torsionale este cauzată atât de componentele armonice ale momentului motor produs de forța de presiune, cât și de componentele armonice ale momentului motor produs de FIMT.

$$|M_{tk}| = \left(\frac{\pi D^2}{4} R \right) \sqrt{A_{kp}^2 + (B_{kp} + B_{ki})^2}$$

$$k=1,2,3,4,5,6.$$

Programul de calcul executat cu programul Matlab pentru analiza armonică prezentată mai sus este următorul:

```
%Analiza armonica a momentului motor
%Variatia presiunii in cilindru, in functie de unghiul alfa este:
pg=[0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8...
    0.8 0.8 0.8 0.8055 0.8226 0.852 0.897 0.96 1.048 1.168 1.332...
    1.56 1.88 2.34 3.01 4.022 5.536 7.753 10.69 13.66 60 55 44.027...
    32.83 24.15 18.04 13.87 11 9.02 7.6 6.58 5.84 5.29 4.886 4.59...
    4.38 4.24 4.16 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1...
    1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1 1.1];
alfa=0:10:720;
%Termenul c= sin(alfa+beta)/cosbeta
c=[0 0.2173 0.4430 0.6369 0.7998 0.9245 1.0066 1.0448 1.0409...
    1 0.9287 0.8346 0.7255 0.6076 0.4858 0.3631 0.2410 0.12 0 ...
    -0.12 -0.2410 -0.3631 -0.4858 -0.6076 -0.7255 -0.8346 ...
    -0.9287 -1 -1.0409 -1.0448 -1.0066 -0.9245 -0.7998 -0.6369...
    -0.443 -0.2173 0 0.2173 0.4430 0.6369 0.7998 0.9245 1.0066 ...
```

```

1.0448 1.0409...
1 0.9287 0.8346 0.7255 0.6076 0.4858 0.3631 0.2410 0.12 0 ...
-0.12 -0.2410 -0.3631 -0.4858 -0.6076 -0.7255 -0.8346 ...
-0.9287 -1 -1.0409 -1.0448 -1.0066 -0.9245 -0.7998 -0.6369...
-0.443 -0.2173 0];

%Presiunea tangentiala echivalenta
for i=1:73
    ptg(i)=(pg(i)-1)*c(i);
end
%area(alfa,ptg),grid;
alfarad=alfa*(pi/180);
A0=(10/(180*4))*sum(ptg);
disp(['coeficientul A0 al seriei trigonometrice este:' , num2str(A0)]);
%Termenul ptg*cos(k*alfa)
D=0.076;
R=0.0405;
Lb=0.1215;
lbd=R/Lb;
Bki1=0.25*lbd+(1/16)*lbd^3+(15/512)*lbd^5;
Bki2=(-0.5-(1/32)*lbd^4-(1/32)*lbd^6);
Bki3=(-(3/4)*lbd-(9/32)*lbd^3-(81/512)*lbd^5);
Bki4=(-(1/4)*lbd^2-(1/8)*lbd^4-(1/16)*lbd^6);
Bki5=(5/32)*lbd^3+(75/512)*lbd^5);
Bki6=(3/32)*lbd^4+(3/32)*lbd^6);
k=0.5;
while (k<6)
    k=k+1/2;
    for j=1:73
        tcos(j)=10^5*ptg(j)*cos(k*alfarad(j));
        tsin(j)=10^5*ptg(j)*sin(k*alfarad(j));
    end
    disp(['Ordinul armonicii este:', num2str(k)]);
    %disp(tcos');
Akp=(10/(90*4))*sum(tcos);
Bkp=(10/(90*4))*sum(tsin);
disp(['Termenul Akp este :', num2str(Akp), '-', 'pentru armonica
:', num2str(k)]);

```

```

disp(['Termenul Bkp este :', num2str(Bkp), '-', 'pentru armonica :'
, num2str(k)]);
if k==1
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+(Bkp+Bki1)^2);
end
if k==1.5
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+Bkp^2);
end
if k==2
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+(Bkp+Bki2)^2);
end
if k==2.5
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+Bkp^2);
end
if k==3
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+(Bkp+Bki3)^2);
end
if k==3.5
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+Bkp^2);
end
if k==4
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+(Bkp+Bki4)^2);
end
if k==4.5
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+Bkp^2);
end
if k==5
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+(Bkp+Bki5)^2);
end
if k==5.5
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+Bkp^2);
end
if k==6
    Mk=((pi*D^2)/4)*R*sqrt(Akp^2+(Bkp+Bki6)^2);
end
disp(['Momentul corespunzator armonicii', ' ', num2str(k), '
', 'este:', num2str(Mk)]);
ptgk=A0+(Akp*cos(k*alfarad)+Bkp*sin(k*alfarad));

```

```

format long;
%disp([ptgk' ptg']);
%disp( ptgk');
end

```

Rezultatele:

- coeficientul A0 al seriei trigonometrice este:1.613
- Ordinul armonicii este:1
- Termenul Akp este :157989.044-pentru armonica :1
- Termenul Bkp este :295999.1028-pentru armonica :1
- Momentul corespunzator armonicii 1 este:61.6446 Nm
- Ordinul armonicii este:1.5
- Termenul Akp este :-43930.8779-pentru armonica :1.5
- Termenul Bkp este :-307023.2056-pentru armonica :1.5
- Momentul corespunzator armonicii 1.5 este:56.9829 Nm
- Ordinul armonicii este:2
- Termenul Akp este :-10407.8427-pentru armonica :2
- Termenul Bkp este :255719.859-pentru armonica :2
- Momentul corespunzator armonicii 2 este:47.0214 Nm
- Ordinul armonicii este:2.5
- Termenul Akp este :34991.5759-pentru armonica :2.5
- Termenul Bkp este :-201186.3779-pentru armonica :2.5
- Momentul corespunzator armonicii 2.5 este:37.5182 Nm
- Ordinul armonicii este:3
- Termenul Akp este :-40731.4954-pentru armonica :3
- Termenul Bkp este :158795.1493-pentru armonica :3
- Momentul corespunzator armonicii 3 este:30.1193 Nm

- Ordinul armonicii este:3.5
- Termenul Akp este :49252.0325-pentru armonica :3.5
- Termenul Bkp este :-123273.1966-pentru armonica :3.5
- Momentul corespunzator armonicii 3.5 este:24.3894 Nm
- Ordinul armonicii este:4
- Termenul Akp este :-49647.6629-pentru armonica :4
- Termenul Bkp este :91244.4012-pentru armonica :4
- Momentul corespunzator armonicii 4 este:19.085 Nm
- Ordinul armonicii este:4.5
- Termenul Akp este :45909.2143-pentru armonica :4.5
- Termenul Bkp este :-66845.2441-pentru armonica :4.5
- Momentul corespunzator armonicii 4.5 este:14.8988 Nm
- Ordinul armonicii este:5
- Termenul Akp este :-40382.1074-pentru armonica :5
- Termenul Bkp este :50986.6019-pentru armonica :5
- Momentul corespunzator armonicii 5 este:11.9498 Nm
- Ordinul armonicii este:5.5
- Termenul Akp este :38374.0067-pentru armonica :5.5
- Termenul Bkp este :-38852.8824-pentru armonica :5.5
- Momentul corespunzator armonicii 5.5 este:10.0331 Nm
- Ordinul armonicii este:6
- Termenul Akp este :-35069.4542-pentru armonica :6
- Termenul Bkp este :27731.9271-pentru armonica :6
- Momentul corespunzator armonicii 6 este:8.2143 Nm

Variația momentului în funcție de ordinele armonice este următoarea:

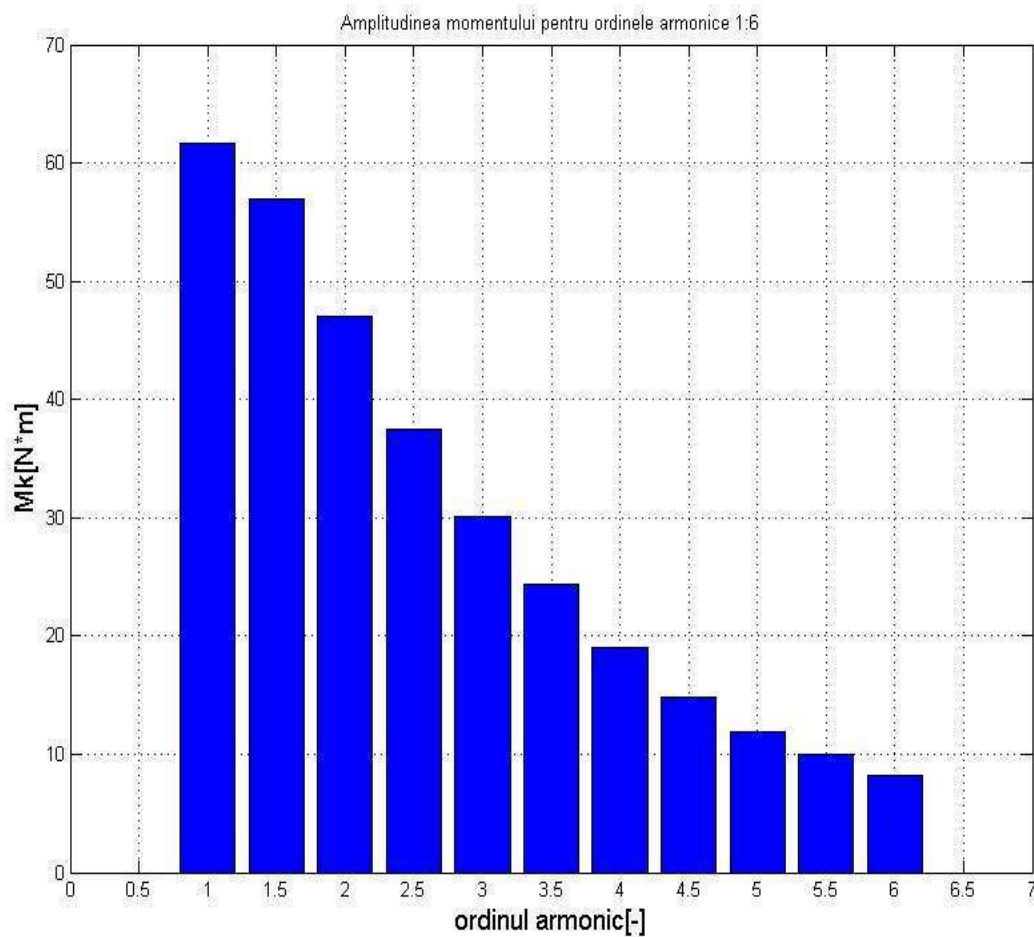


Fig.12.3. Variația momentului excitant în funcție de ordinul componentelor armonice

Variația presiunii tangențial echivalente și a primelor șase componente armonice este următoarea:

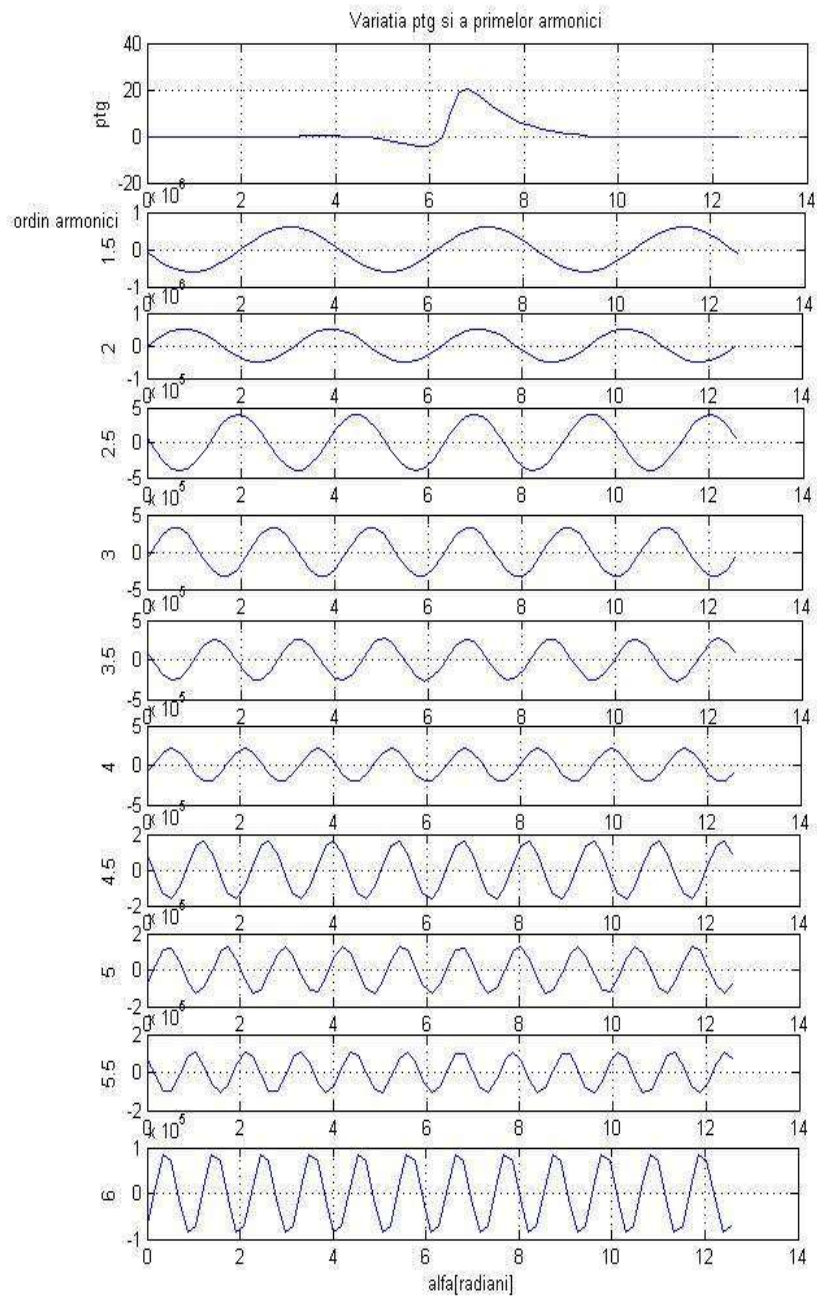


Fig. 12.4. Variația presiunii tangențiale echivalente și a primelor 6 armonici

XII.4.Modul de excitație a vibrațiilor torsionale

Având în vedere structura spectrală a momentelor de torsiune ce acționează asupra liniei de arbori și în special, cea a momentului motor, rezultă că la anumite turații, există pericolul ca o componentă armonică a acestor momente să excite la rezonanță un anumit mod de vibrație al liniei de arbori. Măsura în care această excitație poate deveni periculoasă este determinată de doi factori: ordinul armonicii cu care se produce rezonanța și modul în care se succed excitațiile în lungul liniei de arbori, în raport cu poziția nodului vibrației (defazajele dintre componentele armonice care acționează de o parte și de alta a nodului).

Astfel, cu cât ordinul componentei armonice care produce rezonanța este mai mare, cu atât este mai mică amplitudinea sa și mai redusă energia mecanică transmisă sistemului oscilant. În consecință, rezonanțele sunt cu atât mai puțin periculoase cu cât ordinul componentei armonice care le excită este mai mare. De aceea nu se cercetează rezonanțele cu componente armonice ale momentului excitant al căror ordin este mai mare de 12.

Pe de altă parte, excitația la rezonanță a unui anumit mod de vibrație este cu atât mai periculoasă cu cât componentele armonice respective acționează, cu defazaje minime între ele, pe porțiunea liniei de arbori situată de aceeași parte a unui nod. Cu cât defazajele sunt mai mici, cu atât este mai mare efectul însumat al componentelor armonice respective; cu cât defazajele sunt mai mari, cu atât mai redus este efectul de ansamblu

pe care componentele armonice îl produc asupra liniei de arbori. În consecință, pentru a putea aprecia care sunt regimurile de lucru periculoase, sub aspectul solicitărilor suplimentare produse de vibrațiile torsionale, trebuie determinate atât turațiile critice la care se produc rezonanțele cu anumite ordine ale componentelor armonice ale momentului excitant, cât și defazajele cu care acestea acționează asupra liniei de arbori.

XII.5. Turații critice

Ordinele armonice al momentului motor sunt funcții liniare de viteza unghiulară a arborelui cotit și ele pot fi interpretate prin vectori rotitori a căror viteza de rotație este un multiplu egal cu ordinul armonicii considerate al vitezei de rotație a arborelui cotit. Familia de drepte care interpretează componentele armonice ale momentului motor într-un plan $n-\omega$ este reprezentat în următoarea figură:

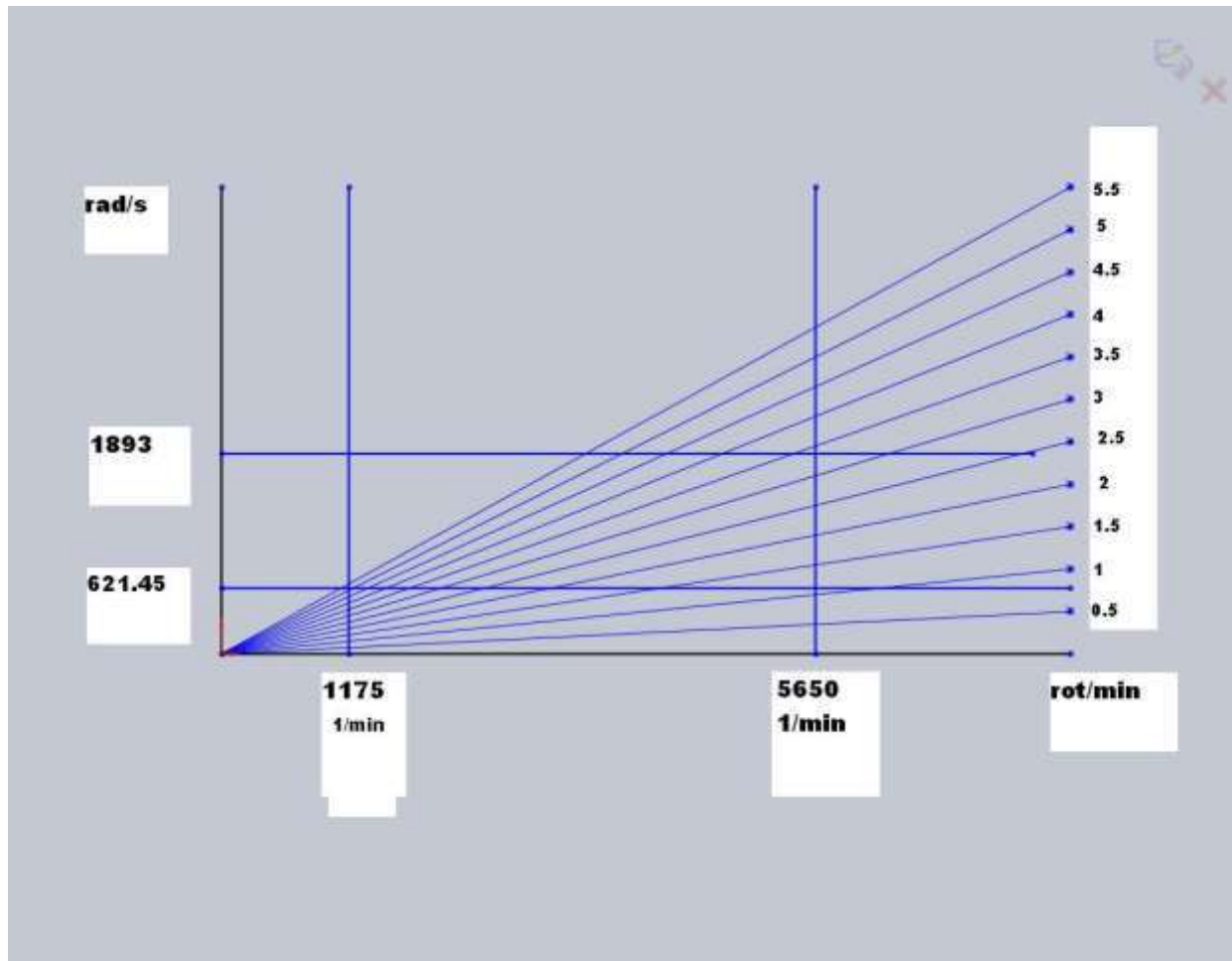


Fig.12.5. Diagrama frecvență – turație pentru primele moduri de vibrație

Algoritmul de calcul este urmatorul:

```

%Domeniul de turatii si diagrama frecventa-turatie
n=input('Turatia nominala a motorului in rot/min:');
x=input('Multipliatorul de turatie pentru turatia maxima [1.1...1.6] :');
nmax=x*n;
y=input('Demultipliatorul de turatie pentru turatia de moment [0.5] :');
nM=y*n;
z=input('Demultipliatorul de turatie pentru turatia minima [0.4...0.6]:');
nmin=z*nM;
omega1=input('Prima pulsatie de rezonanta din Holzer :');
omega2=input('A 2-a pulsatie de rezonanta din Holzer :');
nunu=(30*omega1)/pi;
ndoi=(30*omega2)/pi;

```

```

kmin=nunu/nmax;
kmax=ndoi/nmin;
disp(['Turatia minima a motorului:',num2str(nmin)]);
disp(['Turatia maxima a motorului:',num2str(nmax)]);
disp(['Turatia nunu de rezonanta este:',num2str(nunu)]);
disp(['Turatia ndoi de rezonanta este:',num2str(ndoi)]);
disp(['Ordinul armonicilor se situeaza intre :',num2str(kmin),'-'...
, num2str(kmax)]);

```

Rezultatele:

- Turatia nominală a motorului în rot/min: 4700 rpm
- Multiplicatorul de turație pentru turația maxima [1.1...1.6]: 1.2
- Demultiplicatorul de turație pentru turația de moment [0.5]: 0.5
- Demultiplicatorul de turație pentru turația minima [0.4...0.6]: 0.5
- Prima pulsație de rezonanță din Holzer: 621.45 rad/s
- A 2-a pulsație de rezonanță din Holzer: 1893 rad/s
- Turația minimă a motorului: 1175 rpm
- Turația maximă a motorului: 5650 rpm
- Turația nunu de rezonanță este: 5934.4104 rpm
- Turația ndoi de rezonanță este: 18076.8184 rpm
- Ordinul armonicilor se situează între: 1.0522-15.3845.

Daca motorul este destinat să funcționeze la o turație constantă , sau pe un domeniu restrans de turații, atunci există posibilitatea ca, prin modificarea corespunzătoare a caracteristicilor masice și elastice ale arborelui cotit, să se evite excitarea la rezonanță a unor vibrații torsionale. În cazul de față, motorul este unul de tracțiune rutieră, unde turația variază în limite largi, ceea ce face inevitabilă existența unor regimuri de funcționare la rezonanță cu o serie de componente armonice ale momentului motor. Într-un asemenea caz, este necesar să se studieze efectele pe care funcționarea la turațiile critice respective le poate avea

asupra amplitudinilor vibrațiilor torsionale și solicitărilor suplimentare ale liniei de arbori.

XII.6. Grade de excitație

Amplitudinea vibrațiilor torsionale forțate depinde de energia pe care momentul excitant o poate introduce în sistemul oscilant. Pentru a calcula această energie, se consideră un volant z, aflat la distanța x de secțiunea în care este situat nodul modului de vibrație studiat și asupra căruia acționează un moment de torsiune armonic variabil:

$$M_{k_z} = |M_k| \cos(k\omega t + \varphi_{k_z})$$

unde cu $|M_k|$ s-a notat amplitudinea componentei de ordinul k a momentului motor. Acest moment excită o vibrație forțată a carei pulsație va fi tot $k\omega$ și a cărei elongație θ_{k_z} , în dreptul volantului z va fi:

$$\theta_{k_z} = \theta_{k_z} \cos(k\omega t)$$

Energia introdusă în sistemul oscilant de această componentă, pe durata unei perioade de variație a momentului excitant M_{k_z} , este:

$$W_{k_z} = \pi |M_k| \theta_{k_z} \sin \varphi_{k_z}$$

Din analiza relației de mai sus rezultă că energia transmisă de componenta de ordinul k a momentului motor este direct proporțională cu amplitudinea acesteia și cu amplitudinea vibrației, în regiunea arborelui în care acționează momentul excitant. Această energie depinde și de defazajul φ_{k_z} dintre momentul excitant și mișcarea vibratorie a arborelui. Astfel, energia transmisă sistemului oscilant este nulă dacă momentul

excitant și vibrația lui sunt în fază, sau în opoziție de fază, fapt care explică de ce momentele forțelor de inerție ale volanților echivalenți nu pot executa vibrații torsionale ale liniei de arbori. Energia transmisă sistemului oscilant este maximă dacă defazajul dintre sistemul oscilant și vibrația torsională este $\varphi_{k_z} = \frac{\pi}{2}$, adică dacă cele două variații armonice sunt în cuadratură.

În concluzie, se constată că energia comunicată sistemului oscilant este cu atât mai mare cu cât momentul excitant acționează mai aproape de regiunea arborelui în care, pentru modul de vibrație considerat, amplitudinea vibrației este maximă. Pentru a evalua energia totală introdusă în sistemul oscilant de către o componentă armonică a momentului motor, este necesar să se cunoască amplitudinile vibrației în dreptul volanților echivalenți mecanismelor motoare și defazajele dintre momentele excitante aplicate asupra acestor volanți. Metoda tabelară Holzer de calcul a pulsațiilor proprii permite evaluarea amplitudinilor relative în raport cu amplitudinea vibrației primului volant. Ca urmare, este posibil să se determine o energie relativă, raportată la energia transmisă primului volant, cu care contribuie o componentă armonică de ordin arbitrar k la excitarea vibrațiilor torsionale ale unei linii de arbori.

Energia introdusă în sistemul oscilant de către componentele armonice de ordinul k ale momentului motor ce acționează pe volanții

echivalenți 1 și z, raportată la energia maximă ce poate fi introdusă prin primul volant echivalent, este :

$$\frac{W_{k_1} + W_{k_2}}{W_{k_1}} = \left[\frac{\vec{\theta}_1}{|\theta_1|} + \frac{\vec{\theta}_z}{|\theta_1|} \right] \sin \varphi_{k_{1z}}$$

În consecință pentru un motor cu i cilindri, energia relativă cu care sistemul oscilant va fi excitat la rezonanța de către componenta de ordinul k a momentului motor este precizată de relația:

$$\frac{\sum_{z=1}^i W_{k_z}}{W_{k_1}} = \left[\sum_{z=1}^i \frac{\vec{\theta}_z}{|\theta_1|} \right] \sin \varphi_k$$

în care φ_k reprezintă defazajul dintre vectorul rezultat $\sum_{z=1}^i \frac{\vec{\theta}_z}{|\theta_1|}$ și mișcarea vibratorie a liniei de arbori. Acest defazaj este determinat de modul în care sunt aplicate amortizările în sistemul oscilant .

Mărimea $\sum_{z=1}^i \frac{\vec{\theta}_z}{|\theta_1|}$ poartă denumirea de grad de excitație al componentei armonice de ordinul k a momentului motor și reprezintă o măsură a capacității acesteia de a excita vibrații torsionale forțate ale liniei de arbori.

Pentru a putea calcula gradele de excitație ale diverselor componente armonice ale momentului motor, este necesar să se precizeze steaua manivelor arborelui cotit și ordinea de aprindere a motorului.

În următoarea figură am prezentat diagramele defazajelor dinamic distincte ale componentelor armonice ale momentului motor :

Ordinea de aprindere

Ordinele armonice k

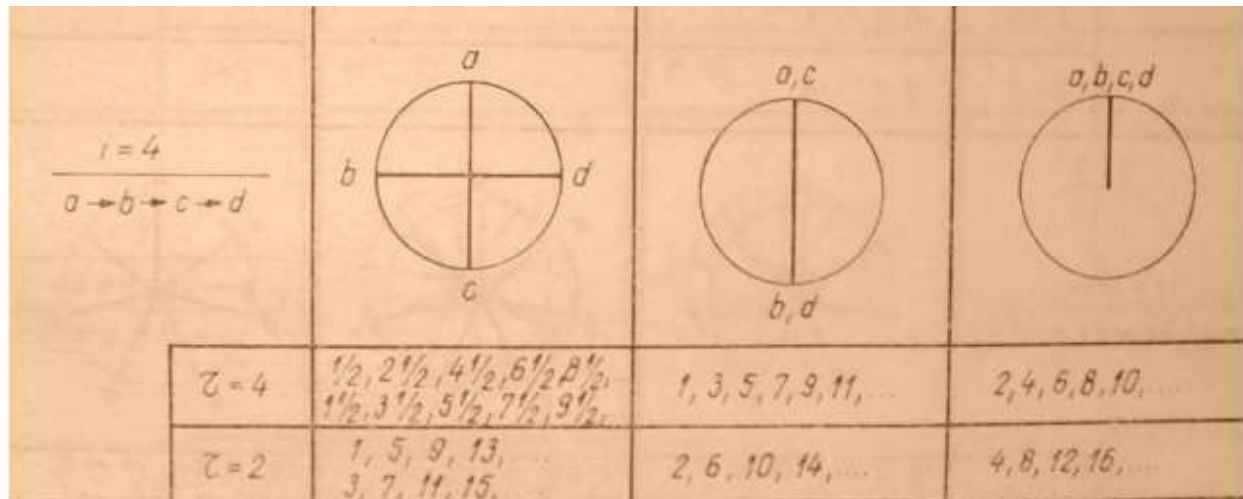


Figura 12.6. Diagramele defazajelor componentelor armonice

Calculul gradului de excitație

Secvența de program este următoarea:

```
%Determinarea gradului de excitatie pentru toate armonicile
%incepand cu 0.5 pana la 24
%Deformatiile volantilor din tabelul Holzer pentru prima frecventa in
%raport cu deformatia primului volant sunt:
theta=[0.075 0.0186 -0.038 -0.0942];
%Unghiurile dintre armonici:
%Pentru armonicile :1/2;2(1/2);4(1/2);6(1/2);8(1/2);1(1/2);3(1/2);5(1/2)
%7(1/2);9(1/2),...:
alfaz1=[0 90 270 180];
alfarad1=alfaz1*(pi/180);
for i=1:4
    x1(i)=theta(i)*sin(alfarad1(i));
    y1(i)=theta(i)*cos(alfarad1(i));
end
```

```

end
sumx1=sum(x1);
sumy1=sum(y1);
grad1=sqrt(sumx1^2+sumy1^2);
disp(['Gradul de excitatie corespunzator armonicilor neintregi este:'...
, num2str(grad1)]);
%Pentru armonicile intregi impare:
alfaz2=[0 180 180 0];
alfarad2=alfaz2*(pi/180);
for j=1:4
    x2(j)=theta(j)*sin(alfarad2(j));
    y2(j)=theta(j)*cos(alfarad2(j));

end
sumx2=sum(x2);
sumy2=sum(y2);
grad2=sqrt(sumx2^2+sumy2^2);
disp(['Gradul de excitatie corespunzator armonicilor intregi impare este:'...
, num2str(grad2)]);

    %Pentru armonicile intregi pare >2:
alfaz3=[0 0 0 0];
alfarad3=alfaz3*(pi/180);
for z=1:4
    x3(z)=theta(z)*sin(alfarad3(z));
    y3(z)=theta(z)*cos(alfarad3(z));

end
sumx3=sum(x3);
sumy3=sum(y3);
grad3=sqrt(sumx3^2+sumy3^2);
disp(['Gradul de excitatie corespunzator armonicilor intregi pare >2
este:'...
, num2str(grad3)]);

```

Rezultatele:

Gradul de excitatie corespunzator armonicilor neintregi este:0.17842

Gradul de excitație corespunzător armonicilor întregi impare este: 0.0002

Gradul de excitație corespunzător armonicilor întregi pare >2 este: 0.0386

>>

XII.7. Vibrații torsionale forțate

Componentele armonice ale momentelor de torsiune ce acționează asupra manivelor arborelui cotit produc excitații care întrețin vibrații torsionale forțate ale liniei de arbori. Principalele caracteristici ale acestor vibrații pot fi puse în evidență, în mod simplu, prin studiul sistemului cu un singur grad de libertate.[9,10]

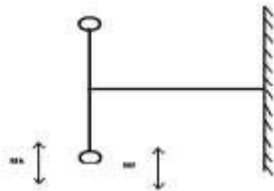


Fig. 12.7. Oscilatorul cu un singur grad de libertate

În cadrul sistemului oscilant prezentat în figura de mai sus se consideră că asupra volantului echivalent, având momentul de inerție polar I , acționează un moment de torsiune periodic variabil:

$$M_k = |M_k| \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

Asupra aceluiași volant se manifestă și acțiunea unor forțe de frecare vâscoasă, care determină un moment de torsiune rezistent, proporțional cu viteza mișcării vibratorii a volantului:

$M_f = f\dot{\theta}$, unde factorul de proporționalitate f poartă denumirea de coeficient de amortizare. Ecuația care descrie echilibrul dinamic al acestui sistem este:

$$I\ddot{\theta} + f\dot{\theta} + C\theta = M_k$$

iar soluția ei generală comportă două componente: una, corespunzătoare ecuației omogene, care reprezintă vibrația liberă a sistemului, cea de-a doua, o soluție particulară, care reprezintă răspunsul dinamic al sistemului la excitația ce-i este aplicată din exterior. Vibrația liberă este rapid amortizată în acest caz, iar sistemul vibrează în continuare numai sub influența momentului excitant.

Calculul amplitudinilor vibrațiilor torsionale forțate-amortizate

Vibrațiile torsionale pe care le execută o linie de arbori comportă în realitate un anumit consum de energie, necesar pentru a învinge forțele de frecare ce se opun mișcării vibratorii. Acest consum de energie are un efect de amortizare a vibrațiilor torsionale, reducând considerabil amplitudinea acestora la rezonanța, precum și solicitările suplimentare aferente. Consumurile de energie care determină amortizarea vibrațiilor torsionale sunt cauzate, fie de frecări mecanice, fie de impactul dintre anumite piese ale motorului sau ale mașinii antrenate. Frecările mecanice

pot fi în esență de două tipuri: frecări externe, între piesele aflate în mișcare relativă, sau frecări interne în materialul deformat .[9,10]

Frecările externe pot fi la randul lor, frecări de natură vâscoasă sau frecări uscate. În ceea ce privește frecările care se produc între piesele aflate în mișcare relativă la liniile de arbori antrenați de motoare cu ardere internă, acestea pot fi approximate, cu suficientă precizie, ca fiind de tip vascos newtonian. Principalele subansambluri și piese care produc amortizări datorită frecărilor externe sunt: cuplurile piston-cilindru, lagărele arborelui cotit, volanții. Consumurile de energie prin impact sunt cauzate de bătăile ce se pot produce, în limitele jocurilor existente, între piesele mecanismelor, articulate cu arborii liniei considerate. Aprecierea capacităților de amortizare ale diverselor subansambluri și piese este extrem de dificilă, dată fiind complexitatea proceselor energetice care se produc și a multiplelor influențe ce se exercită asupra acestora. Ca urmare, pentru necesități de calcul, se admite ca amortizările existente sunt proporționale cu vitezele mișcărilor vibratorii, iar coeficienții de amortizare se calculează pe baza unor relații empirice sau semiempirice, pentru fiecare subansamblu sau piesă în parte. [9,10]

Astfel, pentru un cuplu cilindru-piston, se recomandă calcularea coeficientului de amortizare cu relația:

$$f_{cil} = 0.01\omega_{pr}I_{cil}$$

Pentru o pereche de lagăre aferente unei manivele ale arborelui cotit:

$f_{lag} = \frac{0.2bk+0.6}{100} \omega_{pr} I_{cil}$,unde $b=0.5$, dacă arborele cotit este echipat cu contragreutăți și $b=1$ dacă arborele nu are contragreutăți, iar k reprezintă ordinul componentei armonice a momentului motor cu care se produce rezonanța.

Pentru un volant, cu momentul de inerție polar I_{vol} , care se rotește în aer coeficientul de amortizare se poate calcula cu relația :

$$f_{vol} = \frac{0.01}{k} \omega_{pr} I_{cil}$$

După cum se vede, în majoritatea cazurilor, coeficientul de amortizare este exprimat ca o fracțiune din momentul cinetic al volantului echivalent, în dreptul căruia se exercită amortizarea, calculate pentru pulsația proprie a modului de vibrație considerat. [9,10]

Amortizările produse prin histerezis elastic sunt, în general, reduse pentru materialele metalice folosite în construcția liniilor de arbori antrenați de motoare cu ardere internă și ca urmare, au un efect neglijabil asupra amplitudinilor de vibrație la rezonanța. Coeficient de amortizare mare are totuși cauciucul, care se folosește la confecționarea unor cuplaje elastice. Totodată comportarea cauciucului sub sarcină este neliniară, ceea ce determină un efect de dezacordare a pulsației proprii în raport cu pulsația momentului excitant. În general, nu se urmărește însă introducerea unui efect important de amortizare prin histerezis elastic, deoarece energia mecanică disipată se transformă în căldură, care se înmagazinează în

materialul supus deformării și poate provoca distrugerea acestuia la depășirea unei anumite limite.

Calculul amplitudinilor care se produc la rezonanță

Conform ipotezelor acceptate, momentele forțelor de frecare care amortizează vibrațiile torsionale ale unui sistem oscilant se concentrează în dreptul volanților echivalenți ai sistemului, ale caror mișcări vibratorii sunt precizate de relațiile:

$$\theta_z = \theta_z \cos(k\omega t)$$

$$Z=1,2,\dots,i$$

Și au valorile:

$$M_{fk_z} = fk_z \dot{\theta}_z = -k\omega f_{k_z} \theta_z \sin(k\omega t)$$

$$Z=1,2,\dots,i$$

Energia disipată prin momentul forțelor de frecare M_{fk_z} , în intervalul unei perioade de variație a acestuia va fi:

$$W_{fk_z} = \int_0^{\frac{2\pi}{k\omega}} M_{fk_z} d\theta_z = \pi(k\omega) f_{k_z} \theta_z^2 \quad , \quad \text{deci direct}$$

proporțional cu pătratul amplitudinii vibrației în zona în care acest moment este aplicat. Rezultă astfel că amortizarea este cu atât mai eficientă cu cât ea este aplicată într-o regiune a liniei de arbori în care amplitudinea vibrației este mare, amortizările aplicate în vecinătatea nodului vibrației au un efect foarte redus. Energia cinetică disipată prin

amortizările ce acționează pe ansamblul liniei de arbori se calculează cu formula:

$$W_{k_z} = \pi(k\omega)\theta_1^2 \sum_{z=1}^N f_{k_z} \left(\frac{\theta_z}{\theta_1}\right)^2$$

Acoperitor se consideră că la rezonanță momentul excitant acționează în cuadratură cu mișcarea vibratorie, iar amplitudinile vibrațiilor torsionale forțate vor crește până când energia excitantă va putea fi disipată complet prin amortizare.

Rezultă:

$$|\theta_1| = \frac{|M_k| \sum_{z=1}^i \frac{\overrightarrow{\theta_z}}{|\theta_1|}}{(k\omega) \sum_{z=1}^N f_{k_z} \left(\frac{\theta_z}{\theta_1}\right)^2}$$

Se constată că amplitudinea vibrației la rezonanță, în dreptul primului volant al sistemului oscilant, este proporțională cu produsul dintre amplitudinea componentei armonice a momentului motor cu care se produce rezonanța și gradul de excitație corespunzător ordinului armonic considerat.

$$|\theta_1|_{st} = \frac{|M_k| \sum_{z=1}^i \frac{\overrightarrow{\theta_z}}{|\theta_1|}}{\omega_{pr}^2 \sum_{z=1}^N I_z \left(\frac{\theta_z}{\theta_1}\right)^2}, \text{ ecuație care permite următoarele}$$

interpretări:

Un sistem oscilant cu N volanti poate fi redus la un sistem cu un singur volant, care sa admită aceeași valoare a pulsației proprii, dacă momentul de inerție al volantului echivalent se calculează cu relația:

$$I = \sum_{z=1}^N I_z \left(\frac{\theta_z}{\theta_1} \right)^2 ;$$

și rigiditatea tronsonului elastic cu relația:

$$C = \omega_{pr}^2 \sum_{z=1}^N I_z \left(\frac{\theta_z}{\theta_1} \right)^2$$

Se constată că $|\theta_1|_{st}$ are semnificația unei deformații unghiulare statice a arborelui în dreptul extremității sale libere, atunci când asupra sa acționează un moment de torsiune echivalent cu produsul dintre amplitudinea componentei armonice de ordinul k și gradul de excitație corespunzător acestui ordin armonic.

În concluzie, amplitudinea vibrațiilor primului volant echivalent al sistemului oscilant poate fi calculată cu relația:

$|\theta_1| = D |\theta_1|_{st}$, unde D reprezintă valoarea, la rezonanță, a multiplicatorului dinamic pentru sistemul oscilant considerat.

Relatia lui Shannon pentru calculul multiplicatorului dinamic este:

$$D = (48 \dots 58) \frac{1}{i} \sum_{z=1}^i \left| \frac{\theta_z}{\theta_1} \right|$$

Algoritmul de calcul pentru amplitudini este următorul:

```

Mk=[61.64 56.98 47.02 37.51 30.12 24.38 19.085 14.8988 11.9498];
Sum_theta=[0.17842 0.0002 0.0386];
omega_pr=621.4551;
Iz=[0.009681 0.001343 0.00409 0.00409 0.00409 0.00409 0.083];
theta=[1 0.7466 0.0751 0.01869 -0.03816 -0.09422 -0.1268];
k=0.5;
while (k<5)
    k=k+0.5;
    for i=1:max(length(Iz))
        C(i)=Iz(i)*(theta(i)^2);
    end
    Suma=sum(C);
    if (k==1)
        Sumtheta=Sum_theta(2);
        Momk=Mk(1);
    end
    if (k==1.5)
        Sumtheta=Sum_theta(1);
        Momk=Mk(2);
    end
    if (k==2)
        Sumtheta=Sum_theta(3);
        Momk=Mk(3);
    end
    if (k==2.5)
        Sumtheta=Sum_theta(1);
        Momk=Mk(4);
    end
    if (k==3)
        Sumtheta=Sum_theta(2);
        Momk=Mk(5);
    end
    if (k==3.5)
        Sumtheta=Sum_theta(1);
        Momk=Mk(6);
    end
    if (k==4)
        Sumtheta=Sum_theta(3);

```



```

        Momk=Mk(7);
end
if (k==4.5)
    Sumtheta=Sum_theta(1);
    Momk=Mk(8);
end
if (k==5)
    Sumtheta=Sum_theta(2);
    Momk=Mk(9);
end
theta_s=[0.0751 0.01869 -0.03816 -0.0942];
for j=1:max(length(theta_s))
    Shannon(j)=abs(theta_s(j));
end
suma2=sum(Shannon);
theta1st=(Momk*Sumtheta)/((omega_pr^2)*Suma);
disp(['Ordinul armonic :', ' ', num2str(k)]);
disp(['Deformatia statica este:', ' ', num2str(theta1st), ' ', 'rad']);
D=53*(1/4)*abs(suma2);
disp(['D este:', num2str(D)]);
theta1=D*theta1st;
theta1grd=theta1*(180/pi);
Mkmax=4274.3*theta1;
tau=(Mkmax/0.000019111);
taumpa=tau*0.000001;
disp(['Deformatia unghiulara in radiani a volantului pentru k=', '
', num2str(k), ' ', 'este:', ' ', num2str(theta1)]);
disp(['Deformatia unghiulara in grade a volantului pentru k=', '
', num2str(k), ' ', 'este:', ' ', num2str(theta1grd)]);
disp(['Momentul suplimentar maxim produs de componenta :', '
', 'k=', num2str(k), ' ', 'este', ' ', 'Mkmax=', num2str(Mkmax), ' ', 'N*m']);
disp(['Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta :', '
', 'k=', num2str(k), ' ', 'este', ' ', 'taumax=', num2str(tau), ' ', 'N/m^2', '
', 'respectiv', ' ', num2str(taumpa), ' ', 'Mpa']);
disp([' ']);
end

```

Rezultatele sunt următoarele:

- Ordinul armonic : 1
- Deformația statică este: $2.6981e-006$ rad
- D este: 2.9965
- Deformația unghiulară în radiani a volantului pentru $k= 1$ este: $8.0848e-006$
- Deformația unghiulară în grade a volantului pentru $k= 1$ este: 0.00046322
- Momentul suplimentar maxim produs de componenta : $k=1$ este $M_{kmax}=0.034557$ N*m
- Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta : $k=1$ este $\tau_{a,max}=1808.2185$ N/m² respectiv 0.0018082 Mpa

Ordinul armonic : 1.5

- Deformația statică este: 0.002225 rad
- D este: 2.9965
- Deformația unghiulară în radiani a volantului pentru $k= 1.5$ este: 0.0066672
- Deformația unghiulară în grade a volantului pentru $k= 1.5$ este: 0.382
- Momentul suplimentar maxim produs de componenta : $k=1.5$ este $M_{kmax}=28.4976$ N*m
- Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta : $k=1.5$ este $\tau_{a,max}=1491160.0834$ N/m² respectiv 1.4912 Mpa

Ordinul armonic : 2

- Deformația statică este: 0.00039722 rad
- D este: 2.9965

- Deformația unghiulară în radiani a volantului pentru $k= 2$ este: 0.0011903
- Deformația unghiulară în grade a volantului pentru $k= 2$ este: 0.068198
- Momentul suplimentar maxim produs de componenta : $k=2$ este $M_{kmax}=5.0876 \text{ N}\cdot\text{m}$
- Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta : $k=2$ este $\tau_{a\max}=266212.3622 \text{ N/m}^2$ respectiv 0.26621 Mpa

Ordinul armonic : 2.5

- Deformația statică este: 0.0014647 rad
- D este: 2.9965
- Deformația unghiulară în radiani a volantului pentru $k= 2.5$ este: 0.004389
- Deformația unghiulară în grade a volantului pentru $k= 2.5$ este: 0.25147
- Momentul suplimentar maxim produs de componenta : $k=2.5$ este $M_{kmax}=18.76 \text{ N}\cdot\text{m}$
- Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta : $k=2.5$ este $\tau_{a\max}=981632.4101 \text{ N/m}^2$ respectiv 0.98163 Mpa

Ordinul armonic : 3

- Deformația statică este: 1.3184e-006 rad
- D este: 2.9965
- Deformația unghiulară în radiani a volantului pentru $k= 3$ este: 3.9506e-006
- Deformația unghiulară în grade a volantului pentru $k= 3$ este: 0.00022635
- Momentul suplimentar maxim produs de componenta : $k=3$ este $M_{kmax}=0.016886 \text{ N}\cdot\text{m}$

- Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta : $k=3$ este $\tau_{\max}=883.5747 \text{ N/m}^2$ respectiv 0.00088357 Mpa

Ordinul armonic : 3.5

- Deformația statică este: 0.00095201 rad
- D este: 2.9965
- Deformația unghiulară în radiani a volantului pentru $k= 3.5$ este: 0.0028527
- Deformația unghiulară în grade a volantului pentru $k= 3.5$ este: 0.16345
- Momentul suplimentar maxim produs de componenta : $k=3.5$ este $M_{k\max}=12.1932 \text{ N}\cdot\text{m}$
- Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta : $k=3.5$ este $\tau_{\max}=638021.8118 \text{ N/m}^2$ respectiv 0.63802 Mpa

Ordinul armonic : 4

- Deformația statică este: 0.00016123 rad
- D este: 2.9965
- Deformația unghiulară în radiani a volantului pentru $k= 4$ este: 0.00048312
- Deformația unghiulară în grade a volantului pentru $k= 4$ este: 0.027681
- Momentul suplimentar maxim produs de componenta : $k=4$ este $M_{k\max}=2.065 \text{ N}\cdot\text{m}$
- Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta : $k=4$ este $\tau_{\max}=108053.2312 \text{ N/m}^2$ respectiv 0.10805 Mpa

Ordinul armonic : 4.5

- Deformația statică este: 0.00058178 rad
- D este: 2.9965
- Deformația unghiulară în radiani a volantului pentru $k= 4.5$ este: 0.0017433
- Deformația unghiulară în grade a volantului pentru $k= 4.5$ este: 0.099884

- Momentul suplimentar maxim produs de componenta : $k=4.5$ este $M_{kmax}=7.4514 \text{ N}\cdot\text{m}$
- Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta : $k=4.5$ este $\tau_{a_{max}}=389899.8921 \text{ N/m}^2$ respectiv 0.3899 Mpa

Ordinul armonic : 5

- Deformația statică este: $5.2306e-007 \text{ rad}$
- D este: 2.9965
- Deformația unghiulară în radiani a volantului pentru $k= 5$ este: $1.5674e-006$
- Deformația unghiulară în grade a volantului pentru $k= 5$ este: $8.9803e-005$
- Momentul suplimentar maxim produs de componenta : $k=5$ este $M_{kmax}=0.0066993 \text{ N}\cdot\text{m}$
- Efortul la torsiune suplimentar produs de componenta : $k=5$ este $\tau_{a_{max}}=350.5492 \text{ N/m}^2$ respectiv 0.00035055 Mpa

>>

În următorul grafic am prezentat amplitudinea deformațiilor în funcție de ordinul componente armonice :

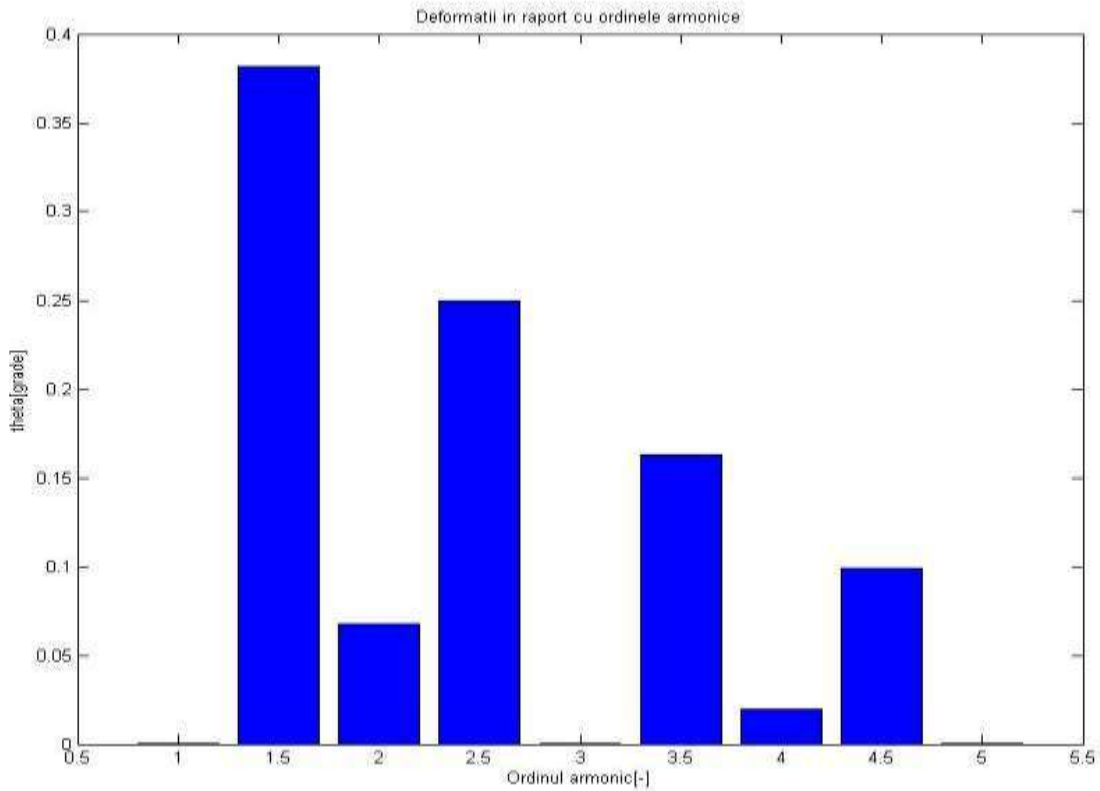


Figura 12.8. Amplitudinea deformației funcție de ordinul componente armonice

Cunoscând valoarea amplitudinii, prin înmulțirea acesteia cu ultima valoare din coloana a 5-a a tabelului Holzer se obține amplitudinea momentului de torsiune suplimentar care acționează asupra arborelui, iar prin împărțirea momentului la W_{polar} obținem solicitarea suplimentară rezultată.

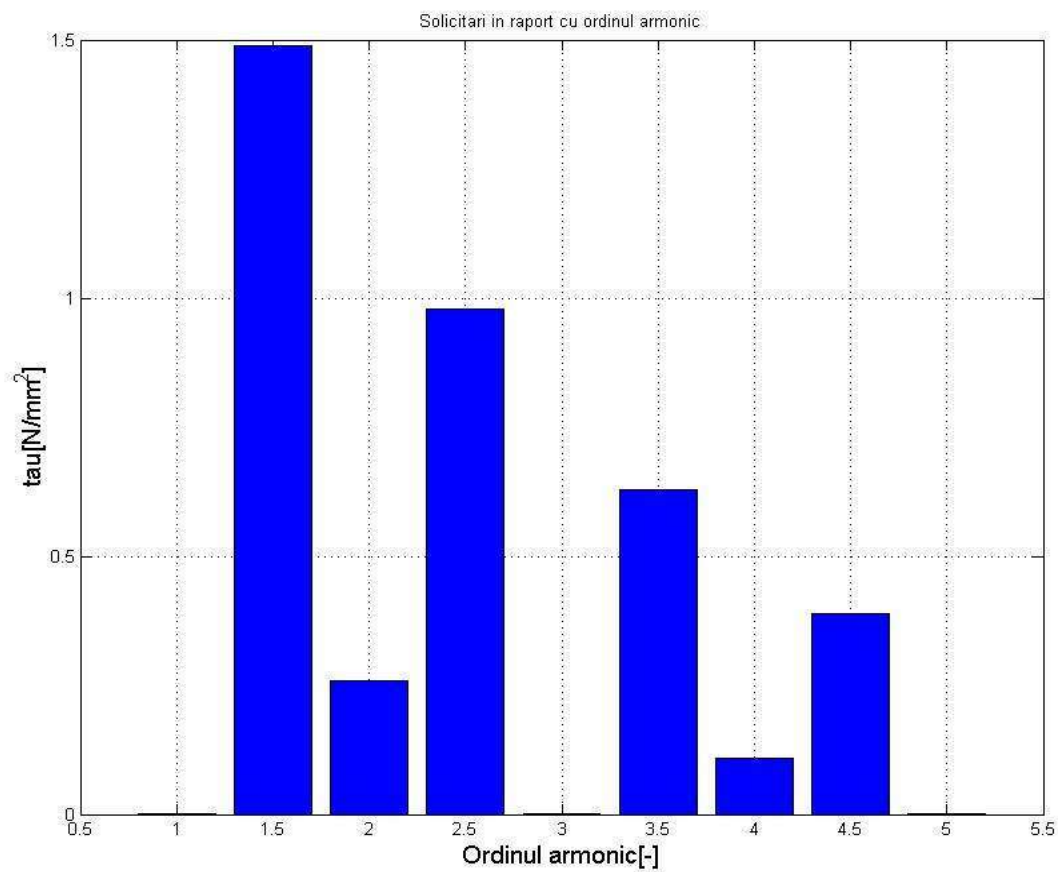


Fig. 12.9. Solicitări suplimentare în raport cu ordinul componentei armonice.

Valorile obținute pentru deformații reclamă utilizarea unui amortizor de vibrații torsionale.

Capitolul XIII. Amortizorul vâscos acordat

Acest tip de amortizor folosește ca element de amortizare și în același timp de cuplare elastică un inel confecționat dintr-un elastomer.

Amortizorul vâscos acordat poate folosi, în același timp și ca organ de transmisie a mișcării(roata de curea).

Comportarea dinamică a unui amortizor vâscos acordat poate fi studiată considerând un sistem oscilant simplificat.[9,10]

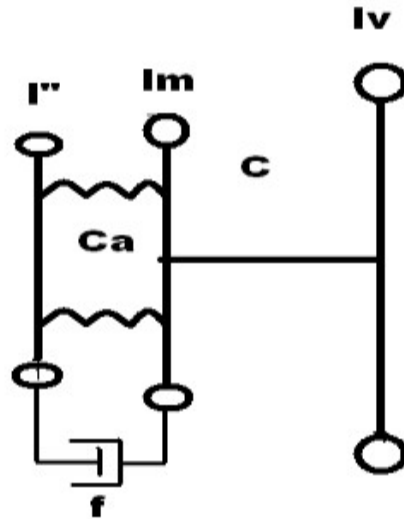


Figura 13.1. Oscilatorul echivalent simplificat al arborelui cotit echipat cu amortizor vâscos acordat.

Pentru ca sistemul oscilant simplificat să aibă o comportare dinamică corespunzătoare celui cu N volanți, în volantul echivalent cu moment de inerție polar I_M se concentrează momentul de inerție corespunzător mecanismelor motoare, elementelor de antrenare și cel al butucului amortizorului I' , astfel :

$$I_M = \sum_{z=1}^i I_z \left(\frac{\theta_z}{\theta_1} \right)^2 + I'$$

Sistemul de ecuații diferențiale care descriu comportarea dinamică a sistemului oscilant cu trei volanți este:

$$\begin{cases} I''\ddot{\theta}_a + C_a(\theta_a - \theta_M) + f(\dot{\theta}_a - \dot{\theta}_M) = & 0 \\ I_M\ddot{\theta}_M + C(\theta_M - \theta_V) - C_a(\theta_a - \theta_M) - f(\dot{\theta}_a - \dot{\theta}_M) = \mathcal{M}_k \\ I_V\ddot{\theta}_V - C(\theta_M - \theta_V) = & 0 \end{cases}$$

Acest tip de amortizor se acordează pe pulsația proprie a sistemului oscilant inițial, condiția de acordare fiind în acest caz următoarea:

$$\frac{C_a}{I''} = \omega_{p_0}^2 = C \frac{I_M + I_V}{I_M I_V}$$

Introducerea în sistemul oscilant a amortizorului vâscos acordat adaugă acestuia înca o pulsație proprie, determinând două rezonanțe posibile la pulsațiile ω_I și ω_{II} .

Amplitudinile vibrației sunt:

$$|\theta_a|_{rez} = \frac{|\mathcal{M}_k|}{\frac{f \omega_{I,II}^3}{C_a}} \frac{(1 - \frac{I_V}{C} \omega_{I,II}^2) \sqrt{1 + (\frac{f \omega_{I,II}}{C_a})^2}}{[\frac{I_V}{C} (I'' + I_M) \omega_{I,II}^2 - (I'' + I_M + I_V)]}$$

$$|\theta_V|_{rez} = \frac{|\mathcal{M}_k|}{\frac{f \omega_{I,II}^3}{C_a}} \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{I''}{C} \omega_{I,II}^2\right)^2 + \left(\frac{f \omega_{I,II}}{C_a}\right)^2}}{\left[\frac{I_V}{C} (I'' + I_M) \omega_{I,II}^2 - (I'' + I_M + I_V)\right]}$$

$$|\theta_M|_{rez} = \left(1 - \frac{I_V}{C} \omega_{I,II}^2\right) |\theta_V|_{rez}$$

Amplitudinile vibrațiilor relative dintre volantul și butucul amortizorului sunt:

$$\theta_{amrez} = \theta_{a rez} - \theta_{M rez}$$

Pentru o valoare arbitrara a pulsației ω , diferită de cea a unei pulsații proprii, amplitudinea vibrației volantului amortizorului este:

$$|\theta_a|_{flanc} = \frac{|\mathcal{M}_k| \left(1 - \frac{I_V}{C} \omega^2\right) \sqrt{1 + \left(\frac{f \omega}{C_a}\right)^2}}{\omega^2 \sqrt{\left[\left(1 - \frac{I''}{C} \omega^2\right) \left(I_M + I_V - \frac{I_M I_V}{C} \omega^2\right) + I'' \left(1 - \frac{I_V}{C} \omega^2\right)\right]^2 + \left(\frac{f \omega}{C_a}\right)^2 \left[\frac{I_V}{C} (I'' + I_M) \omega^2 - (I'' + I_M + I_V)\right]^2}}$$

Amplitudinea vibrației volantului amortizorului, la pulsația proprie a sistemului oscilant inițial pe care a fost acordat amortizorul, deci în condiții antirezonante, se determină particularizând valoarea pulsației $\omega = \omega_{p_0}$: